

Государственное автономное образовательное учреждение
дополнительного профессионального образования
Свердловской области
«Институт развития образования»

Кафедра физико - математических дисциплин

НЕ ДВА на ОГЭ. НОВЫЕ ВЕЯНИЯ.
М.И.Альперин, О.А. Белослудцев, С.Э Нохрин

методические рекомендации

г. Екатеринбург 2018г.

Авторы:

Альперин Михаил Исаакович, к.ф.м.н. доцент кафедры физико-математических дисциплин

Белослудцев Олег Анатольевич, старший преподаватель кафедры физико-математических дисциплин

Нохрин Сергей Эрнестович, к.ф.м.н. доцент кафедры физико-математических дисциплин

Рецензенты:

Пак Владимир Егорович, доцент, к.ф.-м.н. ФГБУН Институт математики и механики им. Н.Н. Красовского УРО РАН

Потоскуев Сергей Эрвинович, доцент, к.ф.-м.н. ГАОУ ДПО Институт развития образования

Екатеринбург: ИРО. – 2018г. с.

Первая часть, учебно-методического пособия «не 2 на ОГЭ» предназначено для учителей математики 9-х классов средних общеобразовательных учреждений, стремящихся гарантированно не допустить двойки на ОГЭ и содержит, кроме анализа, практический раздел «Алгебра» Раскрыты, проиллюстрированы и проанализированы некоторые эффективные приемы работы, связанные с подготовкой «проблемной» группы учащихся к успешной сдаче ОГЭ. Даны простые алгоритмы эффективного обучения школьников, основанные на интуитивно понятных действиях, позволяющих достичь требуемого результата при минимальных моральных потрясениях.

ГАОУ ДПО «Институт развития образования»

2018г.

Содержание

1	Предисловие ко второму изданию	5
2	Введение	8
2.1	Очевидные проблемы	9
2.2	Принцип Автомата	11
2.3	Спасение утопающих — дело рук самих утопающих	12
2.4	Как делать? Когда делать?	13
2.5	Три штриха	15
2.6	Азы да буки	17
3	Специфика ОГЭ и выбор заданий	17
3.1	Шаги к успеху	18
3.2	Проблемы решаемости заданий ОГЭ	20
4	АЛГЕБРА	22
4.1	Дроби или самые первые упражнения	24
4.1.1	Раздаточный материал	25
4.2	Задание №1	26
4.2.1	Задания с десятичными дробями	26
4.2.2	Раздаточный материал	27
4.2.3	Задание №1 с обыкновенными дробями	28
4.2.4	Раздаточный материал	29
4.2.5	Варианты заданий №1 с обыкновенными дробями	33
4.3	Задание №3	33
4.3.1	Задание №3 (укажите число)	33
4.3.2	Раздаточный материал	34
4.3.3	Варианты задачи №3 (укажите число)	34
4.3.4	Задание №3 (верные и неверные утверждения)	35
4.3.5	Раздаточный материал	36
4.3.6	Варианты задачи №3 (верные и неверные утверждения)	37
4.4	Задание №5	39

4.4.1	Раздаточный материал	40
4.4.2	Варианты задачи №5	41
4.5	Задание №6	43
4.5.1	Раздаточный материал	44
4.5.2	Варианты задачи №6	45
4.6	Задание №8	45
4.6.1	Раздаточный материал	46
4.6.2	Варианты задачи №8	50
5	ГЕОМЕТРИЯ	57
5.1	Задание №16	59
5.1.1	Раздаточный материал	63
5.2	Задание №18 и 19	66
5.2.1	Раздаточный материал	74
5.3	Задание №15	79
5.3.1	Раздаточный материал	80
6	ВМЕСТО ЗАКЛЮЧЕНИЯ	92

1 Предисловие ко второму изданию

Три года назад в ИРО были изданы методические рекомендации «Не два на ОГЭ». Тогда они были, как это теперь модно говорить, не апробированы. Авторы и сами сомневались в их полезности, среди авторского коллектива не было единства в вопросе целесообразности их создания. Главный вдохновитель проекта, М. И. Альперин, потратил немало времени и сил, убеждая своих коллег в необходимости создания именно таких рекомендаций. Жизнь полностью подтвердила его правоту. Действительность показала не только жизнеспособность самой идеи, но и необычайно высокую востребованность рекомендаций. Бумажные экземпляры расходились моментально, несмотря на то, что ИРО вновь и вновь их воссоздавал, учителя со всех концов области просили рекомендации хоть в бумажном виде, хоть в электронном, и даже в других регионах страны к рекомендациям проявился серьёзный интерес со стороны учителей и органов образования. Выяснилось, что предложенный способ работы и материалы полезны в первую очередь при работе с теми учащимися (процент которых, увы, возрастает), которые в силу своих умственных и/или психических возможностей не в состоянии осваивать даже базовый курс математики в его традиционном изложении. Более того, оказалось, что аналогов таких рекомендаций в стране просто нет.

Как и всякий экзамен, ОГЭ с течением времени меняется. Изменения, происшедшие с ним за последние три года, существенны, хотя и носят косметический характер. Во первых, упразднен раздел «Реальная математика». Упразднён справедливо, поскольку ни предмета, ни раздела математики с таким названием не существует. Да и вообще, если прикладные задачи называть реальной математикой, то получается, что вся остальная математика, т. е. 90 её процентов, является, нереальной, абстрактной, что не так. При

этом заметим, что сами задачи раздела никуда не делись, они естественным образом перетекли в два оставшихся раздела «алгебра» и «геометрия». Это повлекло за собой изменение нумерации заданий. Во-вторых, изменился критерий сдачи экзамена на минимальный балл. Теперь нет нижней планки количества баллов по алгебре, планка по геометрии (2 балла) сохранена. Также оставлен 8-балльный общий порог сдачи. Эти изменения в критериях с одной стороны, облегчают получения минимального балла, а с другой требуют некоторого изменения вектора подготовки учащегося. Причём это существенно в большей степени именно для учеников математически слабых. Наконец, в третьих изменились и сами задания. Правильнее сказать, в открытом банке заданий ОГЭ, а, следовательно, и в КИМах, возникли некоторые новые типы задач. При этом старые задания остались в банке, значит, не исключена вероятность того, что и в КИМы они тоже вернуться. Например, это относится к заданиям на вычисление площади, которых в прошлом году в первой части ОГЭ не было.

Есть и ещё один момент. Анализируя проблемы учеников при решении заданий с круговой диаграммой, авторы к немалому удивлению обнаружили, что проблемой является сравнение на глаз секторов круга с половиной, третью и четвертью самого круга. То ли дело здесь в плохом глазомере, то ли в непонимании, что есть половина круга, и что его треть, но ясно, что на этот момент следует при подготовке уделить самое серьёзное внимание.

Эти изменения в ОГЭ вкупе с не уменьшающимся спросом на литературу, посвящённую работе с математически слабыми учащимися, побудили авторов подкорректировать и переиздать методические рекомендации. Было решено полностью сохранить как структуру, так и весь методический материал, имеющийся в первоначальном издании. Переработке подверглось введение, уточнены и приведены в соответствие с данными последних трёх лет стати-

стические данные, добавились задачи в раздел «геометрия». Все задачи из раздела «реальная математика» перенесены в другие разделы, соответствующие их нынешнему статусу. Добавились промежуточные задания для задачи с круговой диаграммой.

Авторы, как и раньше, заостряют внимание на двух моментах. Первое. Задания для учащихся настолько просты, что любой учитель в состоянии придумать и создать любое количество подобных. Пожалуйста, делайте это, не ограничиваясь теми, которые приведены в настоящих рекомендациях. Второе. Данные рекомендации не могут и не должны применяться всеми и всегда. Они пригодны только для МАТЕМАТИЧЕСКИ СЛАБЫХ учащихся и только на ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНОМ ЭТАПЕ подготовки к ОГЭ. В остальных случаях их использование ничего, кроме вреда, принести не может.

Мы искренне надеемся, что настоящие рекомендации сослужат добрую службу и помогут многим учащимся успешно сдать ГИА по математике, а учителям поспособствует в подготовке в одной. Также мы открыты ко всем замечаниям и предложениям читателей и пользователей этой литературы.

УСПЕХОВ ВСЕМ ВАМ В ДЕЛЕ ПОГОТОКИ К ОГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ!

2 Введение

Одной из ключевых проблем, волнующей учителей 9-го класса по математике, является гарантия того, что основной государственный экзамен (далее будем писать просто ОГЭ) сдали все без исключения обучаемые, в том числе и самые-самые слабые (в математическом смысле). Полной гарантии, конечно, никто не даст: в конце концов двойку на экзамене можно получить и по роковой случайности, и в результате неблагоприятного стечения обстоятельств, независимо от того, насколько качественной была подготовка.

Разумеется, если школьник все 9 лет обучения имел по математике хотя бы тройку (не натянутую, но реальную, твёрдую) или ещё более высокие оценки, опасность того, что он не сдаст ОГЭ на минимальный балл незначительна крайне. Есть, правда, и данной ситуации свой коварный риф — школьник может уверенно решать задачи раздела «алгебра» и почти не решать задачи раздела «геометрия». Тогда при твердой тройке за каждую четверть ОГЭ он не сдаст, так как не наберёт нужный балл по геометрии.

Поэтому мы настоятельно рекомендуем оценивать каждого школьника отдельно, и по алгебре, и по геометрии. Что у него будет стоять за математику в журнале — вовсе не важно. Важно, чтобы учитель (и школьник, конечно, тоже) чётко понимал, на какой балл по алгебре и на какой по геометрии знает математику ученик.

Итак, нас сейчас не интересуют школьники, находящиеся вне, так называемой, группы риска. Нас интересует, как и чем мы сможем помочь остальными, ведь в настоящий момент группа риска весьма объемна и, в большинстве школ, это не менее половины общего числа учеников.

Группа риска может формироваться различными категориями учащихся.

Среди них есть и те, кто для себя категорически решил, что учиться вообще не нужно. Ещё более распространён случай, когда школьник учиться-то может, но не хочет. Наконец, есть школьники вполне нормальные, старательные, но (увы) совершенно не способные к математике. Иными словами, есть те, кто не дружит с математикой, и есть те, с кем не дружит математика. Но именно всем им нужно особое внимание и помощь в преодолении минимального установленного на экзамене порога.

Мы понимаем, что для успеха на ОГЭ, как и на другом экзамене, крайне важные и психология, и мотивация. В конце-концов нужно просто научить работать школьников с тестами (грамотно распределять время, не ошибаться в заполнении бланков, приводить ответы к нужной форме и пр.). Но в настоящем пособии мы сконцентрируемся только на подготовке математической, оставив все остальные важные аспекты этого сложного и комплексного процесса — подготовки к экзамену — для профильных специалистов.

2.1 Очевидные проблемы

Мы будем говорить сейчас о самом обычном, среднестатистическом классе, в котором достаточно большой процент двоечников и откровенно слабых троечников

Типичная работа учителя в таком выпускном классе в настоящее время выглядит так: на уроке по- минимуму изучается материал школьной программы, без особого углубления в содержание изучаемого. Решаются простые и очень простые задачи, пишется много однотипных тестов. Если же с ними класс справляется плохо, а для учителя это равносильно тому, что в классе есть хотя бы 2 — 3 неудовлетворительные оценки, то либо проводятся дополнительные занятия во внеурочное время (как правило, со всем классом), либо, что встречается чаще, а приносит больший вред, прямо на уроках про-

исходит замена изучения нового материала повторением старого. Но такая работа не даёт желаемого эффекта: слабые школьники остаются слабыми, а те, кто посильнее, в худшем случае опускаются на уровень слабых, в лучшем — остаются на уровне прежнем.

Опыт показывает, что готовить к ОГЭ (равно к ЕГЭ или любому другому экзамену) школьников с разным уровнем подготовки нужно по-разному. Успевающего ученика не нужно «натаскивать» вовсе, ему нужна нормальная математика, с ним нужно решать задачи и простые, и сложные, и не очень. Этого вполне хватит, чтобы сдать любой экзамен по математике не на двойку. Именно на такого «нормального» ученика и следует ориентироваться при работе на уроке.

С реальными же претендентами на двойку, заниматься следует отдельно. Желательно заставить таких детей больше работать самостоятельно, нарисовать самые простые задания, довести их выполнение до автоматизма. Правильнее это делать после уроков, лучше дома.

Авторы допускают, что в случае, если в классе все (кроме, может быть, 1 — 2 учеников) — потенциальные двоечники, «натаскивать» придётся прямо на уроках. Конечно, в этом случае, тем одному — двум ученикам, кто посильнее, нужно дать другую работу, более серьёзную, соответствующую их уровню и амбициям. Но будем надеяться, что такие классы — более, исключение, чем правило.

Заставить современного немотивированного школьника учиться, очень сложно. Заставить же заниматься математикой претендентов на неудовлетворительную оценку на ОГЭ несоизмеримо сложнее. Но делать это необходимо.

Если ученик, особенно слабый, не будет работать самостоятельно, написать экзаменационную работу на положительную оценку ему навряд ли

удастся. Об этом можно и нужно говорить ученикам и их родителям; само осознание этого факта некоторым школьникам поднимет мотивацию к работе. К сожалению, большое количество школьников попросту индифферентны к результатам экзамена, их, скорее всего, придётся просто заставлять. Трудность же заключается в том, что можно заставить работать «из под палки», а вот заставить учиться таким способом невозможно в принципе: учение, по определению, процесс творческий.

2.2 Принцип Автомата

Идея предлагаемой нами методики состоит в том, что каждое действие, в том числе и математическое, по решению *примитивного* класса задач, можно довести до полного автоматизма. Простое, механистическое объединение элементарных действий приводит фактически к рефлекторному решению определённого класса тривиальных задач ОГЭ.

Школьник, порешавший предложенный ему цикл примитивных задач и механически усвоивший весь алгоритм своих действий, автоматически решит задачи эквивалентного класса на ОГЭ.

Собственно, нам далеко до Колумба, и мы не претендуем на открытие Америки. Примерно также в начальной школе учат писать буквы. Учат поэлементно: сперва пишем палочки, закругления, крючочки — и каждый элемент многократно повторяется, по несколько десятков строчек, а может быть и страниц. Потом происходит объединение палочек и завиточков, завиточков и крючочков, закруглений и палочек и и вообще, любых элементов букв в любых сочетаниях. Далее чудесным образом происходит великое объединение — получается БУКВА и буква эта пишется «на автомате».

Таким образом, от школьника потребовалось лишь механистическое воспроизводство результата; он просто выполняет механическую работу, механи-

чески, не задумываясь, соединяет палочки, крючочки и завиточки, получаю необходимую букву. Так или иначе, по принуждению или нет, все научаются писать. Не известно случая, когда бы человек, обучавшийся письму, не овладел бы примитивным начертанием букв. Более того, *любого* ученика, теми или иными методами, можно заставить выполнить эту примитивную работу.

В настоящем пособии мы целенаправленно остановимся лишь на классе примитивных задач ОГЭ. Сами задания чрезвычайно просты, настолько просты, что каждый школьник в состоянии выполнить их самостоятельно. Но мы уйдем еще глубже, разбив эти примитивные задачи на еще более примитивные элементы.

Если же наш самый — самый «выдающийся» школьник в итоге сумеет объединить все 3-4 примитивных элемента в единое действие, у его немедленно получится требуемый результат.

2.3 Спасение утопающих — дело рук самих утопающих

Предполагается однако, что основную работу по «вытягиванию» математики школьник будет проделывать дома и самостоятельно. Последний элемент является ключевым. Здесь крайне желательна помощь родителей — не в решении тех или иных примеров, но в контроле самостоятельной работы школьника. И родители вполне в состоянии выполнить эту функцию контроля. Вообще, если наладится тесный контакт учителя с родителями это просто замечательно. В этом случае могут возникнуть весьма продуктивные формы сотрудничества.

Как правило, школьников, на работу с которыми ориентировано настоящее пособие, необходимо просто заставлять выполнять необходимые задания. Для этого необходим родительский контроль, но контроль не за качеством выполнения работы (хотя правильность выполнения более или менее гра-

мотный родитель тоже может оценить), а за тем, чтобы ребенок выполнял задания и выполнял их самостоятельно. Элемент контроля родителей за выполнением заданий авторы считают обязательным.

При его отсутствии работа по предполагаемой методике не дает никакой гарантии успешной сдачи ОГЭ учеником, и скорее всего, даже минимальной пользы от таких занятий не возникнет.

2.4 Как делать? Когда делать?

Изначально определимся, что нас не интересуют ни ответы на излюбленные наши вопросы: — «кто виноват?» и «что делать?», ни системные провалы, ни локальные проблемы класса. Нас интересуют только два момента — когда начинать спасательную операцию и как ее проводить. Прежде всего предполагается, что подобная работа будет проводиться только на заключительном этапе подготовки к ОГЭ, т. е. не раньше третьей четверти 9-го класса. На самом деле, более эффективно активно начинать такую работу не раньше начала апреля, так как школьники, о которых идёт речь, чаще всего обладают типичным недостатком: они через неделю забывают всё, что изучили. Поэтому начинать работу по предлагаемой методике задолго до экзамена вряд ли уместно, правильнее просто изучать математику. Однако, сдвиг начала интенсивных занятий на апрель сопряжен с определённой степенью риска — болезнь, непредвиденные обстоятельства и т.д., по закону Мерфи, могут проявиться в самый неподходящий момент.

Но, все же, мы должны понимать, что у обучающегося должен успеть развиться навык решения типовых задач, переходящий в рефлексорный. Поэтому начинать надо не слишком поздно, но и не слишком рано. Начало апреля — самое хорошее время. Если очень хочется, можно начинать и в январе, но это уж только, для тех, кому даже те сверхпростые задачи, которые приве-

дены в настоящем пособии, нужно подавать почти пережеванными.

Во-вторых, необходима регулярность. Задания должны даваться (и проверяться) ежедневно (хорошо, воскресения и праздники можно опустить). Связано это с той же особенностью школьника быстро забывать материал. Необходимо же, чтобы приступая к работе, ученик помнил хотя бы в общих чертах то, что уже делал, иначе получится не повторение, а обучение с чистого листа. Последнее при работе по предлагаемой методике не допустимо, так как не вырабатывает привычки к решению типичных задач.

В третьих, не надо давать задания по темам. То есть, нехорошо сегодня давать, например, только задачи из первого параграфа, завтра — только из второго, послезавтра — из третьего и т. д. Ещё хуже посвятить одну неделю заданиям одного типа, вторую — другого. Такая работа по темам уместна (и единственно возможна) при нормальном обучении математике, а не при подготовке к экзамену, и только при работе с теми учениками, которые могут и хотят учиться. Для слабых в математике школьников (а также для принципиальных лодырей) в период целенаправленной подготовки к ОГЭ это неприемлемо. Следует на каждый день давать по 1 — 2 заданию из различных темы.

В четвёртых, ни в коем случае нельзя давать заданий слишком много или слишком мало. В идеале ежедневная работа должна занимать не больше 10 — 15 минут. Понимаем, что это норматив начальной школы, но для требуемого уровня «не двойка» этого хватит. Можно, конечно, постепенно увеличивать число заданий, но всё равно их количество должно не должно приводить ученика к ощущению сложности (и тем более неразрешимости) работы.

Учитывать следует также и тот факт, что чем больше заданий, тем больше вероятность того, что школьник будет халтурить, а то и просто не выполнять работу. Вообще говоря, предлагаемые задания настолько просты, что сред-

нему школьнику на выполнение каждого из них хватит минуты, максимум двух (а если уровень чуть выше, то задание будет сделано в уме в несколько секунд, которые уйдут на прочтение условия и записи ответа). Для слабого школьника, возможно, времени понадобится больше (возможно, например, ему будет нужно заглянуть в учебник и прочитать, как же решается задача), но не намного. В принципе, пять — шесть заданий (а именно столько мы и предлагаем давать слабому школьнику за один раз) выполняются за 10 — 15 минут. Такое время в течение дня любой ученик способен выделить, и нельзя сказать, что у какого-нибудь девятиклассника не хватит усидчивости или внимания для выполнения задания.

2.5 Три штриха

1. Ещё один момент, связанный с повышением мотивации школьника к решению заданий. Он связан с использованием социальных сетей, мобильных устройств, интернета. Ни для кого не секрет, что большинство современных школьников просто живёт всем этим: общаются через СМС и ММС сообщения, пропадают в «контакте» или в «одноклассниках» и т. п. Этой особенностью нынешнего поколения учащихся нужно пользоваться. Например, вполне разумно выставить задания на специальном сайте, который школьнику известен, туда же поместить подробную инструкцию решения таких заданий с тем, чтобы школьник в любой момент мог заглянуть и посмотреть, как же ему надо действовать при решении того или иного примера. Да и приём от школьников домашних заданий, их проверку, в ряде случаев уместнее проводить через сеть. Не говорим уже об очевидной возможности консультаций с помощью гаджетов — такие консультации разумно проводить не только со слабыми учениками и не только на тривиальные математические темы.

2. У современных школьников, к сожалению, имеется трудно искореняемая привычка к списыванию. Поэтому если давать нескольким школьникам одни и те же задания, то, скорее всего, кто-то один их сделает (хорошо, если сам), а остальные просто спишут. Проконтролировать, списал ли ребенок, или сделал сам, вряд ли удастся. Значит, работу надо организовать так, чтобы списывать было если не невозможно, то хотя бы достаточно трудно, настолько трудно, что проще и быстрее решить самому. Это значит, каждому школьнику надо давать свои задания. Ровно поэтому мы в каждой теме даём много однотипных заданий. При этом не надо задавать задания по их номерам: через короткое время у всех школьников образуются готовые ответы и по номеру задания будет просто выписан ответ из списка. Необходимо каждый раз генерировать набор задач (для каждого ученика свой), но номера самих задач не указывать. Если школьник пожелает эти номера определить, ему придётся проделать объёмную и неприятную работу: по условию задачи найти её номер. Вряд ли кто-то этим будет заниматься — проще и быстрее выполнить задание.

3. Само же общение школьников между собой на тему как решить ту или иную задачу можно только приветствовать. Даже если более сильный ученик решит вариант своему знакомому, в этом нет большой беды. Чаще всего при этом им будут даваться какие-то пояснения по сути задачи, но даже если и не так, списывающий всё равно увидит, как и что делается и будет запоминать алгоритм работы. Может, не так эффективно, как если бы он всё дела сам, а может, даже с большим эффектом — это уж от конкретной ситуации зависит. Тем более полезным представляется общение школьников, при котором решение задачи будет совместным, хотя такое общение, положив руку на сердце, следует признать маловероятным.

2.6 Азы да буки

Кто-то может сказать, что предлагаемый метод слишком примитивен. Что же, наверное, так оно и есть. Мы намеренно ориентируемся на избыточную простоту заданий: какие ученики, таков и метод их обучения. Ещё раз отметим, что метод годится только для работы с теми, кто не знает и не желает знать математики; для всех других типов школьников он не только бесполезен, он исключительно вреден, применять его для работы со всеми учениками класса, или не в период заключительного этапа подготовки к ОГЭ противопоказано. Однако помочь решить проблему получения минимального балла на ОГЭ он может, и в этом смысле представляется полезным.

Предлагаемые задания настолько просты, что любой учитель в состоянии сам придумать хоть 100, хоть 1000 подобных задач, значит, может организовать работу так, что каждое задание встретится не более одного раза. Конечно, со стороны учителя это дополнительный труд, но нельзя сказать, чтобы он был уж слишком затратным или ненужным.

3 Специфика ОГЭ и выбор заданий

Мы будем исходить из того, что школьник, на работу с которым ориентировано это пособие, не будет решать на ОГЭ слишком много задач. По правде говоря, он ограничится минимумом и попытается закончить написание всей работы минут за 30 — 50, а не за 3 часа 55 минут, которые длится экзамен. Отчасти такое поведение оправдано, отчасти — нет.

Оправдано оно в том смысле, что ему действительно нет необходимости решать сложные задачи или много задач. Не оправдано ввиду того, что при

такой работе школьник покидает экзамен досрочно, не использует в полном объёме предоставленное ему время. Кроме этого, при такой работе решения задач обычно не проверяются, допущенные ошибки не ищутся, соответственно, не исправляются, и балл, полученный за экзаменационную работу получается ниже планируемого. Если при этом ещё и планируемый школьником балл низок, результат может получиться совсем плохим: экзамен будет сдан на неудовлетворительную оценку.

3.1 Шаги к успеху

Представляется наиболее целесообразным ориентировать школьника на выполнение следующей простой программы на ОГЭ:

- 1) В первую очередь, решать только те несколько задач, к которым он готов лучше, не обращая внимания на остальные.
- 2) Решить эти задачи, по крайней мере на два, а лучше на три раза каждую.
- 3) Если в задаче получились разные ответы — понять, в каком из решений сделана ошибка.
- 4) Только после того, как будет уверенность, что задача решена верно, записать ответ в бланк.
- 5) Проверить, что запись сделана верно.
- 6) Только после этого решать остальные задачи с кратким ответом.
- 7) Если ответ в какой-то из этих оставшихся задач получился — уже хорошо. Его надо перепроверить и записать в бланк. Если при этом времени на проверку нет, или проверка громоздка, можно не проверять, а вписать в бланк ответов немедленно.
- 8) Если же какую-то задачу с номером 1 — 20 решить так и не удалось

(либо время заканчивается, либо уже голова не соображает), следует в бланк написать какой-нибудь ответ, который кажется более правдоподобным. Записать надо обязательно: шанс угадать, пусть и незначительный, есть всегда.

Мы рекомендуем именно такой порядок действий. При этом отмечаем, что слабому школьнику гораздо важнее решить на несколько раз известные ему задания, и тем свести к минимуму вероятность ошибки в них, чем прорешать все 20 заданий абы как. Не менее важно решать такие задачи с начала экзамена, пока голова свежа, и внимание не рассеивается. Пусть на эти задания уйдёт не 10 — 15, а 40 минут, час, полтора, даже два — это второстепенно. И только когда эти задачи решены надо приступать к остальным. При этом к моменту выхода из аудитории какой-то ответ на каждую из 20 задач с кратким ответом должны быть получены и записаны в бланк. Не удалось решить — пиши наугад, как подсказывает интуиция. Умышленно говорим «к моменту выхода с экзамена», а не «к концу экзамена»: конечно, в идеале надо бы работать на экзамене всё отводимое время, но этот идеал не достигим. Точнее, для его достижения нужна целенаправленная постоянная работа с 1-го по 9 класс, работа, направленная на повышение усидчивости и работоспособности. Да и если девятиклассник в состоянии 4 часа (и даже хотя бы 2 часа) подряд заниматься математикой, проблем сдачи на минимальный балл у него, обычно, нет — о таких школьниках мы не говорим в настоящем пособии. Школьник-троечник (мысленно говорим «двоечник») обычно уже после часа работы, а то и раньше, перестаёт думать о предмете, и дальнейшее его пребывание на экзамене малополезно. Это короткое время от начала экзамена до того, пока мозги не начнут отключаться, надо максимально эффективно использовать, решив за него то, что решается и не тратя усилий на сложные задания. Это время — своё у каждого ученика, его можно и нужно увеличить разумной подготовкой, но такая подготовка должна идти в тече-

ние всего времени обучения в школе, начинать заниматься ей в конце 9-го класса слишком поздно.

3.2 Проблемы решаемости заданий ОГЭ

Число заданий, и какие именно задания следует выбрать в качестве приоритетных при подготовке к экзамену, определяются структурой ОГЭ и анализом решаемости задач.

Работа, состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». В модули входит две части, соответствующие базовому и повышенному уровням сложности.

При решении базовой части учащиеся должны продемонстрировать владение основными алгоритмами, знание и понимание ключевых элементов содержания, умение пользоваться математической записью, а также применять математические знания в простейших практических ситуациях. Каждое из таких решенных заданий оценивается в один балл.

Части 2 модулей «Алгебра» и «Геометрия» направлены на проверку владения материалом на повышенном уровне. Их назначение — дифференцировать хорошо успевающих школьников по уровням подготовки, выявить наиболее подготовленную часть выпускников, составляющую потенциальный контингент профильных классов.

Эти части содержали задания повышенного уровня сложности из различных разделов курса математики. Для получения положительных баллов за эти задания было необходимо представить не только ответ, но и подробную запись решения. Задания в вариантах были расположены по нарастанию трудности — от относительно более простых до сложных, предполагающих свободное владение материалом курса и хороший уровень математической

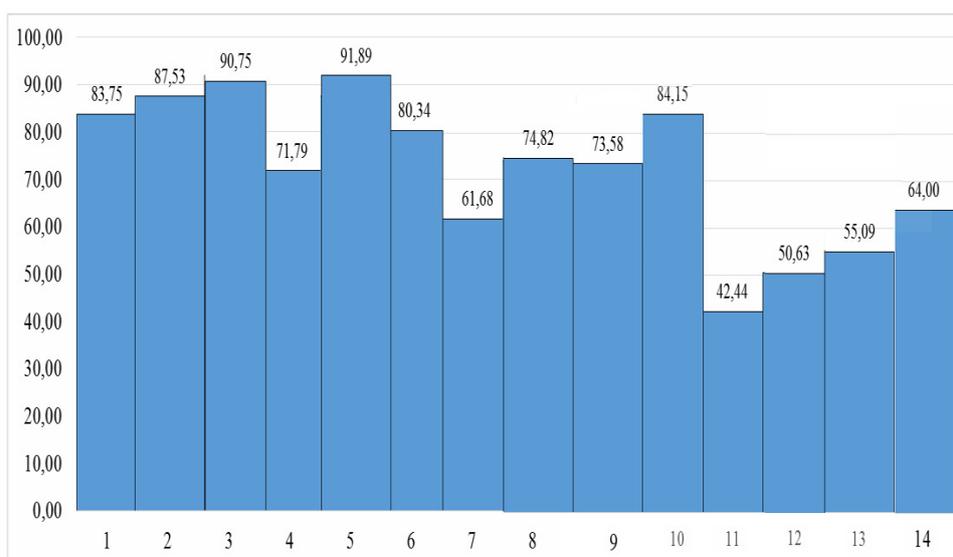
культуры.

Всего на ОГЭ ученикам дается 26 заданий, из которых 20 заданий базового уровня, 4 задания повышенного уровня и 2 задания высокого уровня сложности. Распределение заданий базового уровня сложности по модулям таково: «Алгебра» — 14 заданий, «Геометрия» — 6 заданий. Школьнику, с трудом преодолевающему минимальный порог, решение задач повышенного и высокого уровня сложности из второй части обычно не под силу, поэтому в настоящем пособии мы эти задания проигнорируем. Для успешной сдачи нужно уметь решать всего 8 — 9 задач, из которых 2 — 3 по геометрии. Именно на такое количество задач мы и рассчитываем наше пособие. Теперь наша ближайшая цель — понять, какие же типы задач в каждой из двух представленных модулей (алгебра, геометрия) лучше выбрать для обязательного решения.

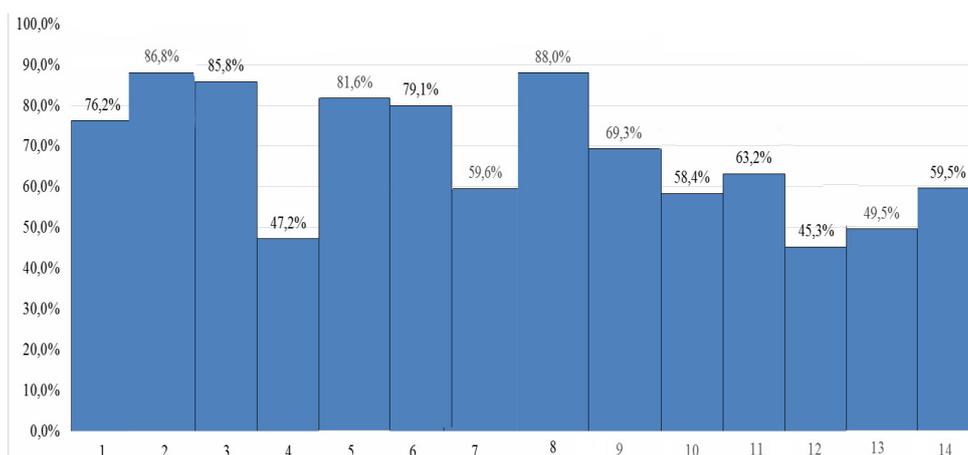
Итак, на тройку надо набрать не менее 8 баллов, из них не менее 2 по геометрии. Минимальных ограничений на баллы по алгебре нет. Теоретически, можно набрать необходимый минимум баллов только за счет геометрии (решить задачи из второй части). Однако, именно задачи по геометрии, являются для учеников наиболее трудными.

4 АЛГЕБРА

Мы хотим выделить из 14 задач по алгебре первой части ОГЭ те 5 или 6, которые слабый школьник должен решать в первую очередь. Во многом этот выбор зависит от конкретного учащегося. Например, если школьник помнит графики более-менее прилично, а при решении линейных неравенств часто ошибается, то задание с графиком нужно выполнить обязательно, а с неравенствами — по обстоятельствам. Но можно выделить такие типы задач, которые проще большинству школьников. Чтобы понять, какие это задачи, обратимся к статистике. Номера задач приведены в соответствии с новой структурой КИМов.



Решаемость задач по алгебре (статистика 2016 года)



Решаемость задач по алгебре (статистика 2017 года)

Как видно из приведённых гистограмм наиболее решаемые задачи — это задачи с номерами 1, 3, 5, 6 и 8. Видимо, их и надо считать самыми простыми, задачами первоочередного решения. Задачи 1 и 3 — это просто задачи на арифметику: действия с дробями, радикалами (в просторечии корнями) и сравнение чисел. Обязательно следует взять задание задание 5. Какие задания выбрать ещё, в значительной мере дело вкуса.

Разумеется, по каждой из выбранных тем существует огромный спектр задач, от простейших до очень трудных. Но, во-первых, все эти задания берутся из открытого банка заданий ОГЭ, где принципиально разных типов задач не так много, а во-вторых, на базовом уровне сложных заданий не будет. Так, если мы говорим о графиках, то, скорее всего, дело ограничится графиками линейных функций (прямыми), квадратичных функций (параболами с вертикальной осью) и графиками обратных пропорциональностей (гиперболами, асимптоты которых совпадают с осями координат); если речь идёт об уравнениях и неравенствах, то это будут либо линейные, либо квадратные неравенства, причём заданные в стандартном для школьника виде и т. д. Так что типы задач можно считать в основном известными.

Конечно, всегда остаётся вероятность, что на ОГЭ учащийся встретит что-

то новое, не совсем ожидаемое. Здесь важно, с одной стороны, психологически подготовить школьника к такой возможности и научить его правильно на такое задание реагировать (например, просто пропустить неизвестное задание, и без паники решать следующее), с другой — рассмотреть возможно больше типов заданий по этой теме, чтобы указанную вероятность минимизировать. В пособии на каждое задание даны несколько наиболее распространённых типов задач; в зависимости от уровня учащегося и времени на подготовку учитель может добавить ещё какие-то типы. Мы советуем выбрать в качестве обязательных задания 1,3,5, 6 и 8. Поговорим о них подробнее.

4.1 Дроби или самые первые упражнения

Самые простые действия, которые должны выполняться всеми и абсолютно автоматически — это переносы запятой в десятичных дробях. Школьники должны просто считать число знаков, на которое требуется перенести запятую. Как правило, требуемое число не превышает пяти, а пересчитать пальцы на руке можно и загибая их. Перенос запятой всегда осуществляется вправо, поскольку его цель — перейти от десятичной дроби к целому числу — в дальнейшем мы это принимаем по умолчанию.

Блок, объединённый общим заданием «Перенесите запятую» не требует никаких специальных знаний и навыков. Просто нужно определить, где стоит запятая, а потом перенести её.

4.1.1 Раздаточный материал

Перенесите запятую

В примерах с 1 по 13 перенесите запятую на *один* знак.

- | | | | | |
|----------|---------|----------|----------|----------|
| 1) 0,6 | 4) 0,17 | 7) 0,139 | 10) 7 | 13) 16,6 |
| 2) 7,5 | 5) 3,08 | 8) 1,111 | 11) 50 | |
| 3) 12,34 | 6) 16,5 | 9) 12,5 | 12) 0,05 | |

Здесь самыми сложными окажутся задания 10 и 11. Запятой в исходном примере нет! Пусть поставят её, так как считают нужным и выполнят требуемое задание. Подсказка здесь — просто здравый смысл.

В примерах с 14 по 23 перенесите запятую на *два* знака.

- | | | | | |
|---------|-----------|-----------|-----------|----------|
| 14) 6 | 16) 0,36 | 18) 11,34 | 20) 1,134 | 22) 25,1 |
| 15) 4,2 | 17) 0,008 | 19) 0,113 | 21) 0,786 | 23) 11,5 |

В примерах с 24 по 30 перенесите запятую на *три* знака.

- | | | | |
|-----------|-----------|------------|-------|
| 24) 2,003 | 26) 1,25 | 28) 1,2453 | 30) 8 |
| 25) 1,1 | 27) 0,034 | 29) 22,5 | |

Следующая группа упражнений столь же проста, но задания уже двух-этажные

Перенесите запятые так, чтобы значение дроби не изменилось, а её числитель и знаменатель стали целыми числами

- | | | |
|-------------------------|--------------------------------|----------------------------------|
| 1) $\frac{4,6}{0,2}$, | 3) $\frac{3,2}{1,76}$, | 5) $\frac{6,4 \cdot 0,1}{2,3}$, |
| 2) $\frac{7,16}{5,3}$, | 4) $\frac{2,5 \cdot 2}{0,6}$, | 6) $\frac{2,1}{3}$, |

- | | | |
|---|---|--|
| 7) $\frac{0,8 \cdot 2,3}{9}$, | 15) $\frac{64 \cdot 0,1}{23}$, | 23) $\frac{3,2}{1,76}$, |
| 8) $\frac{2}{0,6}$, | 16) $\frac{2,1}{0,03}$, | 24) $\frac{0,08 \cdot 0,2}{0,6}$, |
| 9) $\frac{0,22}{0,6}$, | 17) $\frac{1,8 \cdot 0,3}{90}$, | 25) $\frac{2,3 \cdot 10}{1,6}$, |
| 10) $\frac{2,1 \cdot 2,2}{0,2 \cdot 2}$, | 18) $\frac{0,02}{0,3}$, | 26) $\frac{2,1}{30}$, |
| 11) $\frac{2,86}{2,2}$, | 19) $\frac{2}{0,6}$, | 27) $\frac{10,8 \cdot 0,2}{0,9}$, |
| 12) $\frac{27,6}{0,003}$, | 20) $\frac{2 \cdot 2,2}{0,2 \cdot 0,2}$, | 28) $\frac{0,02}{0,6}$, |
| 13) $\frac{2}{1,76}$, | 21) $\frac{40,6}{0,02}$, | 29) $\frac{22}{0,6}$, |
| 14) $\frac{2,5 \cdot 2,6}{6}$, | 22) $\frac{71,6}{0,3}$, | 30) $\frac{2,2 \cdot 3,1}{0,02 \cdot 2}$. |

Научившись выполнять примитивные действия, подходим к решению первой задачи ОГЭ (она и стоит в КИМах под номером 1).

4.2 Задание №1

4.2.1 Задания с десятичными дробями

Пример 4.2.1 Найдите значение выражения $\frac{5,6 \cdot 0,3}{0,8}$

Решение.

1. Считаем количество знаков после запятой в каждом числе: в числителе 2 числа по одному знаку (итого 2 знака), в знаменателе — 1 число и один знак.

2. Переносим запятую в числителе в каждом множителе на 1 знак (всего на 2), а значит, в знаменателе — на 2 знака.

$$\frac{5,6 \cdot 0,3}{0,8} = \frac{56 \cdot 3}{80}$$

3. Сокращаем дробь на 8 (если сразу не видно сокращения на 8, можно несколько раз сократить на 2)

$$\frac{56 \cdot 3}{80} = \frac{7 \cdot 8 \cdot 3}{80} = \frac{7 \cdot 3}{10}$$

4. Находим произведение в числителе.

$$\frac{7 \cdot 3}{10} = \frac{21}{10}$$

5. Записываем обыкновенную дробь в виде десятичной.

$$\frac{21}{10} = 2,1$$

5. Записываем результат в бланк ответов.

2	,	1																	
---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

4.2.2 Раздаточный материал

Найдите значение выражения

1) $\frac{4,6}{0,2}$,

8) $\frac{2}{0,4}$,

15) $\frac{63 \cdot 0,7}{21}$,

2) $\frac{7,56}{5,4}$,

9) $\frac{0,24}{0,6}$,

16) $\frac{2,1}{0,03}$,

3) $\frac{3,2}{0,16}$,

10) $\frac{2,1 \cdot 2,2}{0,2 \cdot 2}$,

17) $\frac{1,8 \cdot 0,3}{90}$,

4) $\frac{2,5 \cdot 2}{0,4}$,

11) $\frac{2,86}{2,2}$,

18) $\frac{0,03}{0,2}$,

5) $\frac{6,5 \cdot 0,1}{2,5}$,

12) $\frac{27,6}{0,03}$,

19) $\frac{2}{0,4}$,

6) $\frac{2,1}{3}$,

13) $\frac{2}{1,25}$,

20) $\frac{2 \cdot 2,2}{0,2 \cdot 0,2}$,

7) $\frac{0,3 \cdot 2,1}{9}$,

14) $\frac{2,1 \cdot 2,6}{6}$,

21) $\frac{40,6}{0,02}$,

22) $\frac{72,6}{0,3}$,

25) $\frac{2,1 \cdot 10}{1,5}$,

28) $\frac{0,02}{0,5}$,

23) $\frac{3,04}{1,6}$,

26) $\frac{2,1}{30}$,

29) $\frac{22}{0,5}$,

24) $\frac{0,06 \cdot 0,2}{0,4}$,

27) $\frac{18,0 \cdot 0,3}{0,9}$,

30) $\frac{2,2 \cdot 3,6}{0,02 \cdot 3}$.

Запишите число в бланк ответов

1) 0,15

4) 8,4

7) 8,72

10) 8,726

2) 21,5

5) -15,6

8) 9,4

11) -19,4

3) -16,3

6) -16,54

9) -51,6

12) -1,65

4.2.3 Задание №1 с обыкновенными дробями**Пример 4.2.2** Найти значение выражения $\frac{2}{4} - \frac{3}{10}$ **Решение.**

1. Раскладываем знаменатели на простые множители.

$$4 = 2 \cdot 2, \quad 10 = 2 \cdot 5.$$

2. Находим наименьшее общее кратное знаменателей

$$\text{НОК} = 2 \cdot 2 \cdot 5 = 20.$$

3. Приводим дроби к общему знаменателю:

$$\frac{2}{4} = \frac{2}{2 \cdot 2} = \frac{2 \cdot 5}{2 \cdot 2 \cdot 5} = \frac{10}{20}, \quad \frac{3}{10} = \frac{3}{5 \cdot 2} = \frac{3 \cdot 2}{10 \cdot 2} = \frac{6}{20}.$$

3. Вычитаем дроби:

$$\frac{2}{4} - \frac{3}{10} = \frac{10}{20} - \frac{6}{20} = \frac{10 - 6}{20} = \frac{4}{20}.$$

4. Сокращаем получившуюся дробь и, если нужно, домножаем числитель и знаменатель дроби на одно и то же число, так чтобы в знаменателе стояло или 10, или 100, или 1000.

$$\frac{4}{20} = \frac{1}{5} = \frac{2}{10}.$$

5. Записываем обыкновенную дробь в виде десятичной $\left(\frac{2}{10} = 0,2\right)$ и записываем полученный результат в бланк ответов.

-	0	,	1																
---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

4.2.4 Раздаточный материал

Вспомогательные упражнения

Разложите число на простые множители

- | | | | |
|---------|----------|----------|----------|
| 1) 30, | 6) 18, | 11) 37, | 16) 343, |
| 2) 21, | 7) 45, | 12) 72, | 17) 250, |
| 3) 60, | 8) 27, | 13) 96, | 18) 92, |
| 4) 125, | 9) 360, | 14) 143, | 19) 220, |
| 5) 12, | 10) 180, | 15) 35, | 20) 32. |

Сократите дроби

- | | | | | |
|----------------------|----------------------|-----------------------|------------------------|------------------------------|
| 1) $\frac{6}{30}$, | 5) $\frac{22}{33}$, | 9) $\frac{15}{45}$, | 13) $\frac{15}{35}$, | 17) $\frac{25}{155}$, |
| 2) $\frac{7}{42}$, | 6) $\frac{2}{16}$, | 10) $\frac{6}{14}$, | 14) $\frac{18}{42}$, | 18) $\frac{6 \cdot 8}{12}$, |
| 3) $\frac{11}{55}$, | 7) $\frac{9}{24}$, | 11) $\frac{9}{21}$, | 15) $\frac{18}{111}$, | 19) $\frac{3 \cdot 2}{30}$, |
| 4) $\frac{5}{15}$, | 8) $\frac{12}{32}$, | 12) $\frac{12}{27}$, | 16) $\frac{12}{74}$, | 20) $\frac{9 \cdot 4}{18}$, |

21) $\frac{5 \cdot 3}{25}$,	25) $\frac{6 \cdot 2}{42}$,	29) $\frac{8}{5 \cdot 4}$,	33) $\frac{24 \cdot 3}{4 \cdot 12}$,	37) $\frac{36 \cdot 4}{8 \cdot 12}$,
22) $\frac{4 \cdot 3}{32}$,	26) $\frac{12}{6 \cdot 8}$,	30) $\frac{26}{13 \cdot 4}$,	34) $\frac{72 \cdot 8}{18 \cdot 5}$,	38) $\frac{6 \cdot 28}{21 \cdot 8}$,
23) $\frac{11 \cdot 2}{33}$,	27) $\frac{30}{3 \cdot 2}$,	31) $\frac{32}{4 \cdot 6}$,	35) $\frac{35 \cdot 15}{25 \cdot 14}$,	39) $\frac{8 \cdot 18}{24 \cdot 6}$,
24) $\frac{14 \cdot 2}{48}$,	28) $\frac{36}{9 \cdot 2}$,	32) $\frac{9 \cdot 2}{3 \cdot 10}$,	36) $\frac{21 \cdot 5}{14 \cdot 6}$,	40) $\frac{28 \cdot 18}{6 \cdot 21}$.

Приведите дроби к общему знаменателю.

1) $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}$;	5) $\frac{3}{22}, \frac{2}{33}$;	9) $\frac{6}{5}, \frac{3}{4}$;	13) $\frac{6}{5}, \frac{11}{4}$;
2) $\frac{2}{5}, \frac{5}{6}$;	6) $\frac{7}{4}, \frac{1}{3}$;	10) $\frac{3}{2}, \frac{3}{11}$;	14) $\frac{3}{7}, \frac{5}{11}$;
3) $\frac{1}{5}, \frac{1}{6}$;	7) $\frac{7}{6}, \frac{4}{5}$;	11) $\frac{3}{13}, \frac{1}{2}$;	15) $\frac{3}{13}, \frac{2}{7}$;
4) $\frac{3}{5}, \frac{1}{2}$;	8) $\frac{1}{21}, \frac{3}{14}$;	12) $\frac{3}{22}, \frac{1}{6}$.	16) $\frac{3}{22}, \frac{11}{18}$.

Запишите в бланк ответов

1) 0,15	4) 8,4	7) 87,2	10) 8,726
2) 21,5	5) -15,6	8) 9,4	11) -19,7
3) -16,3	6) 16,54	9) -51,6	12) 51,6

Найти наименьшее общее кратное чисел.

1) 3, 6, 4;	8) 9, 6, 21;	15) 6, 10, 4;
2) 5, 6, 10;	9) 13, 39, 6;	16) 9, 21, 6;
3) 5, 6, 15;	10) 3, 4, 5;	17) 8, 24, 30;
4) 5, 10, 2;	11) 12, 15, 10;	18) 15, 10, 25.
5) 22, 33, 4;	12) 5, 10, 4;	19) 18, 21, 6;
6) 6, 21, 14;	13) 7, 14, 28;	20) 9, 24, 12;
7) 8, 14, 4;	14) 12, 10, 22;	21) 15, 6, 18.

Умножьте числитель и знаменатель дроби на одно и то же число.

- 1) Умножьте числитель и знаменатель дроби $\frac{2}{3}$ на число 5,
- 2) Умножьте числитель и знаменатель дроби $\frac{3}{4}$ на число 2,
- 3) Умножьте числитель и знаменатель дроби $\frac{5}{11}$ на число 8,
- 4) Умножьте числитель и знаменатель дроби $\frac{24}{25}$ на число 4,
- 5) Умножьте числитель и знаменатель дроби $\frac{32}{35}$ на число 4,
- 6) Умножьте числитель и знаменатель дроби $\frac{8}{6}$ на число 2,
- 7) Умножьте числитель и знаменатель дроби $\frac{11}{9}$ на число 8,
- 8) Умножьте числитель и знаменатель дроби $\frac{21}{8}$ на число 6,
- 9) Умножьте числитель и знаменатель дроби $\frac{3}{5}$ на число 4,
- 10) Умножьте числитель и знаменатель дроби $\frac{6}{8}$ на число 11,
- 11) Умножьте числитель и знаменатель дроби $\frac{1}{6}$ на число 21,
- 12) Умножьте числитель и знаменатель дроби $\frac{9}{7}$ на число 3,
- 13) Умножьте числитель и знаменатель дроби $\frac{7}{4}$ на число 22,
- 14) Умножьте числитель и знаменатель дроби $\frac{3}{5}$ на число 8.
- 15) Умножьте числитель и знаменатель дроби $\frac{5}{6}$ на число 7,
- 16) Умножьте числитель и знаменатель дроби $\frac{5}{9}$ на число 6,
- 17) Умножьте числитель и знаменатель дроби $\frac{7}{2}$ на число 12,
- 18) Умножьте числитель и знаменатель дроби $\frac{2}{7}$ на число 9.

Приведите дроби к общему знаменателю.

- | | | | |
|--|---|---|--|
| 1) $\frac{2}{3}, \frac{1}{6}, \frac{3}{4};$ | 4) $\frac{3}{5}, \frac{3}{10}, \frac{1}{2};$ | 7) $\frac{7}{6}, \frac{4}{5}, \frac{2}{3};$ | 10) $\frac{3}{2}, \frac{5}{3}, \frac{3}{11};$ |
| 2) $\frac{2}{5}, \frac{5}{6}, 4;$ | 5) $\frac{3}{22}, \frac{2}{33}, \frac{1}{4};$ | 8) $\frac{5}{6}, \frac{1}{21}, \frac{3}{14};$ | 11) $\frac{3}{13}, \frac{5}{26}, \frac{1}{2};$ |
| 3) $\frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{2}{15};$ | 6) $\frac{7}{4}, \frac{5}{7}, \frac{1}{3};$ | 9) $\frac{6}{5}, \frac{2}{10}, \frac{3}{4};$ | 12) $\frac{3}{22}, \frac{2}{33}, \frac{1}{6}.$ |

Умножьте числитель и знаменатель дроби на такое число, чтобы в знаменателе стояло 10, 100 или 1000.

- | | | | |
|-------------------|--------------------|---------------------|-----------------------|
| 1) $\frac{1}{2},$ | 4) $\frac{6}{25},$ | 7) $\frac{9}{125},$ | 10) $\frac{11}{500},$ |
| 2) $\frac{3}{4},$ | 5) $\frac{7}{8},$ | 8) $\frac{4}{50},$ | 11) $\frac{21}{40},$ |
| 3) $\frac{8}{5},$ | 6) $\frac{7}{20},$ | 9) $\frac{7}{200},$ | 12) $\frac{3}{40}.$ |

Запишите дробь десятичной дробью I.

- | | | | |
|------------------------|-----------------------|-----------------------|------------------------|
| 1) $\frac{1}{10},$ | 4) $\frac{25}{10},$ | 7) $\frac{32}{10},$ | 10) $\frac{34}{10},$ |
| 2) $\frac{6}{1000},$ | 5) $\frac{732}{100},$ | 8) $\frac{76}{100},$ | 11) $\frac{6}{100},$ |
| 3) $\frac{459}{1000},$ | 6) $\frac{3}{100},$ | 9) $\frac{345}{100},$ | 12) $\frac{21}{1000}.$ |

Запишите дробь десятичной дробью II.

- | | | | |
|----------------------|---------------------|----------------------|-----------------------|
| 1) $\frac{1}{5},$ | 4) $\frac{26}{50},$ | 7) $\frac{2}{5},$ | 10) $\frac{21}{50},$ |
| 2) $\frac{7}{50},$ | 5) $\frac{72}{50},$ | 8) $\frac{7}{5},$ | 11) $\frac{60}{5},$ |
| 3) $\frac{59}{500},$ | 6) $\frac{3}{500},$ | 9) $\frac{35}{500},$ | 12) $\frac{76}{500}.$ |

Запишите дробь десятичной дробью III.

1) $\frac{1}{25}$,

4) $\frac{26}{25}$,

7) $\frac{2}{25}$,

10) $\frac{21}{250}$,

2) $\frac{7}{250}$,

5) $\frac{72}{250}$,

8) $\frac{7}{25}$,

11) $\frac{62}{25}$,

3) $\frac{59}{25}$,

6) $\frac{3}{250}$,

9) $\frac{4}{25}$,

12) $\frac{76}{250}$.

4.2.5 Варианты заданий №1 с обыкновенными дробями

Вычислите

1) $\frac{2}{3} - \frac{1}{6}$,

7) $\frac{8}{25} + \frac{3}{10}$,

13) $\frac{1}{16} - \frac{7}{8}$

2) $\frac{5}{6} + \frac{2}{3}$,

8) $\frac{9}{10} + \frac{1}{4}$,

14) $\frac{9}{11} + \frac{21}{55}$,

3) $\frac{1}{2} - \frac{2}{5}$,

9) $\frac{5}{6} - \frac{1}{12}$,

15) $\frac{15}{6} - \frac{3}{12}$,

4) $\frac{4}{5} - \frac{1}{4}$,

10) $\frac{1}{14} + \frac{1}{35}$.

16) $\frac{2}{14} - \frac{12}{35}$

5) $\frac{7}{10} - \frac{3}{4}$,

11) $\frac{11}{14} - \frac{2}{7}$,

17) $\frac{9}{4} - \frac{8}{25}$,

6) $\frac{5}{7} + \frac{25}{14}$,

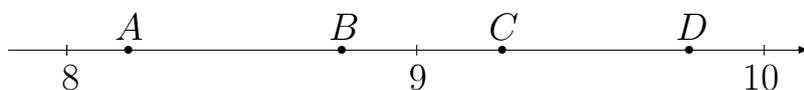
12) $\frac{25}{6} + \frac{1}{12}$,

18) $\frac{15}{13} - \frac{43}{26}$.

4.3 Задание №3

4.3.1 Задание №3 (укажите число)

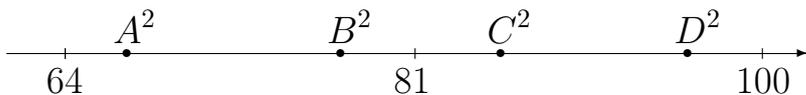
Пример 4.3.1 Одна из точек, отмеченных на координатной прямой, соответствует числу $\sqrt{77}$. Какая это точка?



- 1) точка A 2) точка B 3) точка C 4) точка D.

Решение.

1. Возведём все числа, имеющиеся на рисунке в квадрат и получим



2. Вычислим расстояние от числа $(\sqrt{77})^2 = 77$ до числа 81. Оно равно $|81 - 77| = 4$.

3. Вычислим расстояние от числа 77 до числа 64. Оно равно $|64 - 77| = 13$.

4. Числу 77 соответствует B^2 . Числу $\sqrt{77}$ соответствует B .

5. Запишем результат в бланк ответов

2

4.3.2 Раздаточный материал

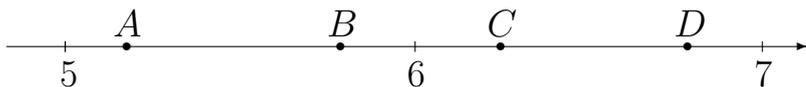
Числа расположены на одной прямой.

Вычислить расстояние между этими числами.

- | | | | |
|--------------|-------------|-------------|--------------|
| 1) 64 и 32, | 4) 81 и 79, | 7) 67 и 49, | 10) 49 и 56, |
| 2) 92 и 121, | 5) 25 и 38, | 8) 64 и 57, | 11) 35 и 25, |
| 3) 49 и 37, | 6) 49 и 22, | 9) 61 и 25, | 12) 72 и 64. |

4.3.3 Варианты задачи №3 (укажите число)

Одна из точек, отмеченных на координатной прямой, соответствует числу x . Какая это точка?

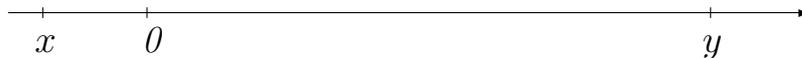


- 1) точка A 2) точка B 3) точка C 4) точка D .

- | | | | |
|----------------------|----------------------|----------------------|-----------------------|
| 1) $x = \sqrt{45}$, | 4) $x = \sqrt{38}$, | 7) $x = \sqrt{42}$, | 10) $x = \sqrt{46}$, |
| 2) $x = \sqrt{28}$, | 5) $x = \sqrt{40}$, | 8) $x = \sqrt{36}$, | 11) $x = \sqrt{30}$, |
| 3) $x = \sqrt{34}$, | 6) $x = \sqrt{31}$, | 9) $x = \sqrt{44}$, | 12) $x = \sqrt{27}$. |

4.3.4 Задание №3 (верные и неверные утверждения)

Пример 4.3.2 На координатной прямой отмечены числа x и y .



Какие из приведённых утверждений **неверны**?

- 1) $y - x < 0$ 2) $x^2y > 0$ 3) $xy < 0$ 4) $x + y > 0$.

Обратите внимание на формулировку вопроса! Требуется указать именно неверное утверждение. С той же долей вероятности может в экзаменационном задании оказаться вопрос «какие из приведённых утверждений верны?» Наш опыт показывает, что решаемость заданий в последней формулировке в разы лучше. Составители КИМов тоже знают этот факт и поэтому часто задания чуть-чуть усложняют. Но готовым нужно быть как к первому, так и к второму типу вопросов. Залог успеха при решении этого типа заданий — внимательное прочтение условия.

Решение.

1. Число x отрицательно, а число y положительно, следовательно число $y - x$ положительно. Утверждение 1) неверно.

2. Число x^2 положительно, число y положительно, следовательно число x^2y положительно. Утверждение 2) верно.

3. Число x отрицательно, число y положительно, следовательно число xy отрицательно. Утверждение 3) верно.

4. Число x отрицательно, число y положительно и находится дальше чем x от 0, следовательно число $x + y$ положительно. Утверждение 4) верно.

Неверным является только утверждение 1), следовательно, остаётся

5. записать результат в бланк ответов. Сделаем это.

1																			
---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Обратите внимание, что хотя в формулировке задания требуется найти

несколько утверждений, которые неверны, в ответе получается единственное число. Это ничему не противоречит, так как задание подразумевает нахождение множества всех неверных утверждений. И это множество может содержать несколько элементов, может один, а может и вовсе оказаться пустым. Разумеется, в последнем случае, в формулировке обязательно должна быть приписка, что следует написать в бланк ответов, если все утверждения верны. Отсутствие такого указания следует трактовать как подсказку, что неверные утверждения всё же есть. Точно также тот факт, что в условии не прописано, в каком виде должен даваться ответ, если неверных утверждений несколько (т. е. нет фраз типа «в ответе укажите номера всех неверных утверждений в порядке возрастания...») по сути является подсказкой, что ответ единственный. Следует, однако, заметить, что наличие в условии задания указанной фразы вовсе не означает единственности ответа. Чтобы ученики не путались в этих нюансах, следует рекомендовать проверять справедливость всех утверждений, а не останавливаться на первом же, которое удовлетворяет ответу (как мы и сделали в решении предыдущего примера).

4.3.5 Раздаточный материал

На координатной прямой отмечены числа x и y . Определить знак выражения.



- | | | | |
|--------------|---------------|--------------------|--------------------|
| 1) $x - y$, | 3) $x + y$, | 5) $x \cdot y$, | 7) $x^2 \cdot y$, |
| 2) $y - x$, | 4) $-x - y$, | 6) $y^2 \cdot x$, | 8) $-x \cdot y$. |

Тренируем внимательность. Поменяем местами x и y . Задание прежнее.

На координатной прямой отмечены числа x и y . Определить знак выражения.



- | | | | |
|---------------|----------------|---------------------|---------------------|
| 9) $x - y$, | 11) $x + y$, | 13) $x \cdot y$, | 15) $x^2 \cdot y$, |
| 10) $y - x$, | 12) $-x - y$, | 14) $y^2 \cdot x$, | 16) $-x \cdot y$. |

Еще раз тренируем внимательность. Расположим y левее нуля. Задание прежнее.

На координатной прямой отмечены числа x и y . Определить знак выражения.



- | | | | |
|---------------|----------------|---------------------|---------------------|
| 17) $x - y$, | 19) $x + y$, | 21) $x \cdot y$, | 23) $x^2 \cdot y$, |
| 18) $y - x$, | 20) $-x - y$, | 22) $y^2 \cdot x$, | 24) $-x \cdot y$. |

И еще раз тренируем внимательность. Расположим x левее нуля. Задание прежнее.

На координатной прямой отмечены числа x и y . Определить знак выражения.



- | | | | |
|---------------|----------------|---------------------|---------------------|
| 25) $x - y$, | 27) $x + y$, | 29) $x \cdot y$, | 31) $x^2 \cdot y$, |
| 26) $y - x$, | 28) $-x - y$, | 30) $y^2 \cdot x$, | 32) $-x \cdot y$. |

4.3.6 Варианты задачи №3 (верные и неверные утверждения)

1) На координатной прямой отмечены числа x и y .



Какое из приведённых утверждений **неверно**?

1) $x - y > 0$, 2) $-x - y < 0$, 3) $x \cdot y > 0$, 4) $(-x)^2 \cdot y > 0$.

2) На координатной прямой отмечены числа x и y .



Какое из приведённых утверждений **верно**?

1) $x - y > 0$, 2) $x + y < 0$, 3) $x \cdot y < 0$, 4) $-x \cdot y > 0$.

3) На координатной прямой отмечены числа x и y .



Какие из приведённых утверждений **неверны**?

1) $x - y > 0$, 2) $x + y > 0$, 3) $y^2 \cdot x > 0$, 4) $-x \cdot y > 0$.

4) На координатной прямой отмечены числа x и y .



Какие из приведённых утверждений **верны**?

1) $x - y < 0$, 2) $x \cdot y < 0$, 3) $y^2 \cdot x < 0$, 4) $-x \cdot y > 0$.

5) На координатной прямой отмечены числа x и y .



Какие из приведённых утверждений **неверны**?

1) $-x - y > 0$, 2) $y^2 \cdot x > 0$, 3) $x^2 \cdot y < 0$, 4) $-x \cdot y < 0$.

6) На координатной прямой отмечены числа x и y .



Какое из приведённых утверждений **верно**?

1) $x \cdot y < 0$, 2) $y^2 \cdot x < 0$, 3) $x - y < 0$, 4) $-x \cdot y < 0$.

7) На координатной прямой отмечены числа x и y .

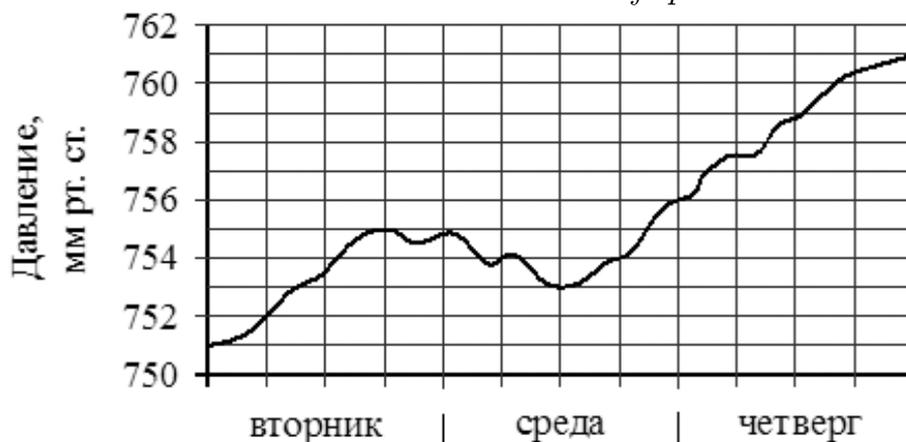


Какое из приведённых утверждений **неверно**?

5) $x \cdot y > 0$, 6) $y^2 \cdot x < 0$, 8) $-x \cdot y < 0$, 4) $-x - y < 0$.

4.4 Задание №5

Пример 4.4.1 На рисунке изображен график изменения атмосферного давления в городе Энске за три дня. По горизонтали указаны дни недели, по вертикали — значения атмосферного давления в миллиметрах ртутного столба. Укажите наименьшее значение атмосферного давления в среду.



Решение.

1. Определить о каких осях идет речь. Среда — по горизонтали (ось x), давление по вертикали (ось y).

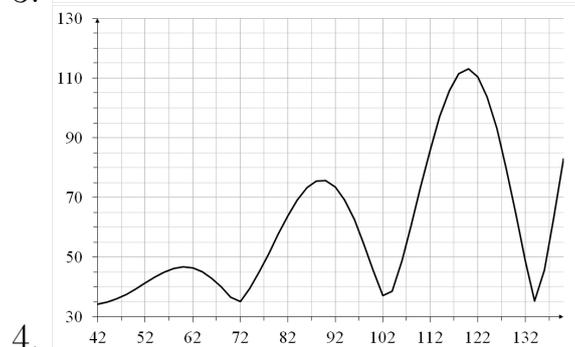
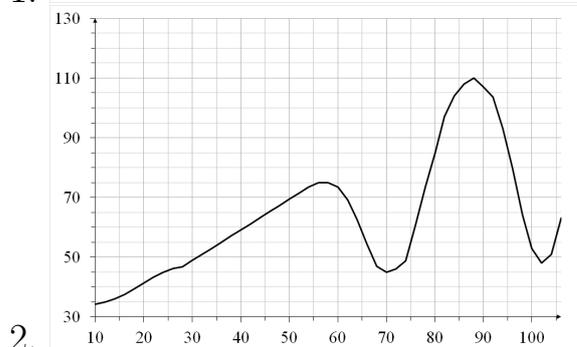
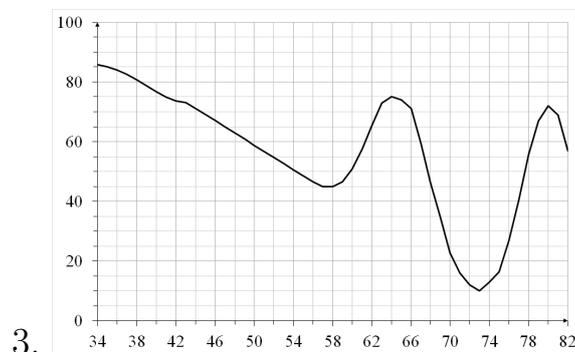
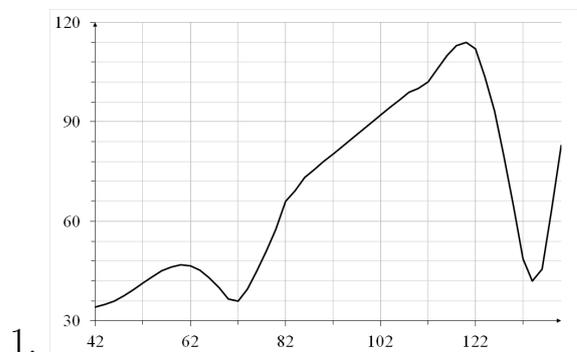
2. Определить цену деления. По оси y цена деления 1мм ртутного столба, по оси x цена деления не нужна, поскольку среда явно выделена.

3. Дать ответ 753.

4. Записать ответ в бланк ответов.

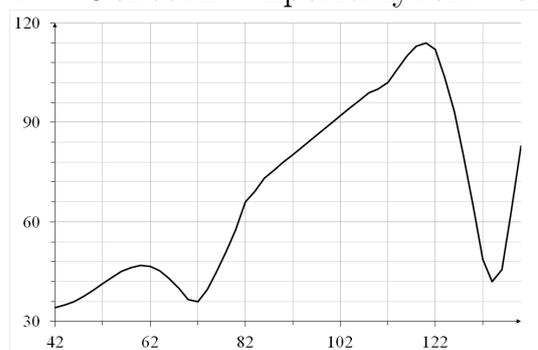
4.4.1 Раздаточный материал

Написать на осях цену деления

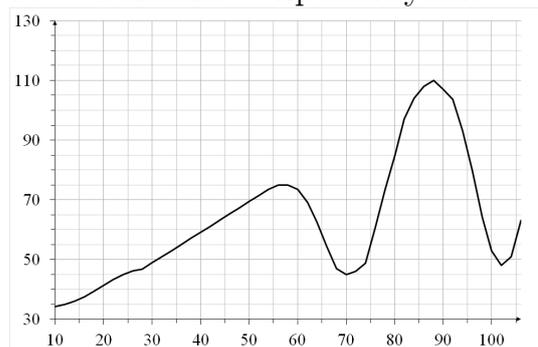


Отметить промежутки на оси

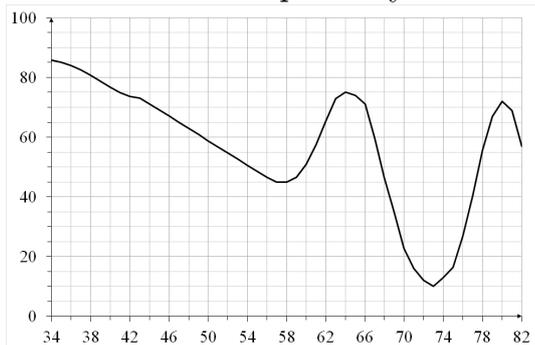
1. Обвести промежутки от 62 до 132 на горизонтальной оси



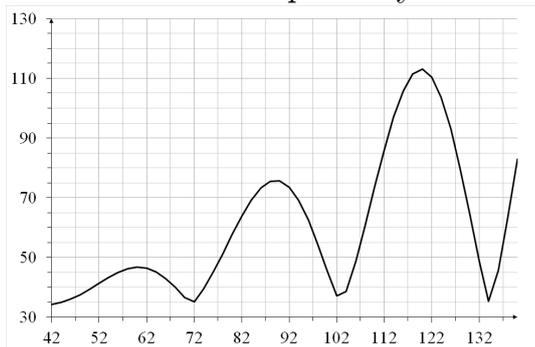
3. Обвести промежутки от 74 до 90 на вертикальной оси



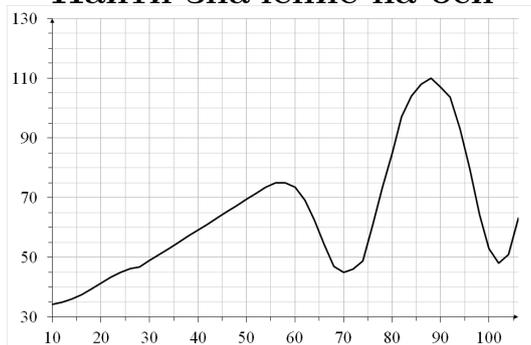
2. Обвести промежуток от 77 до 112 на горизонтальной оси



4. Обвести промежуток от 72 до 110 на вертикальной оси



Найти значение на оси

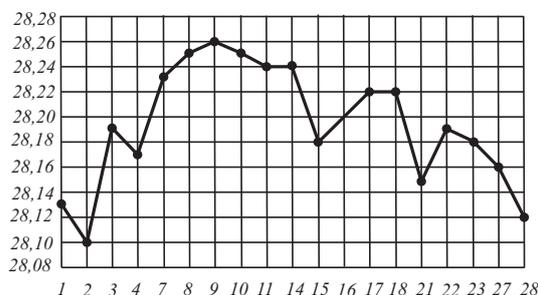


1. Найти максимальное значение на промежутке от 35 до 70.
2. Найти минимальное значение на промежутке от 50 до 90.
3. Найти на промежутке от 50 до 90 точку в которой значение минимальное.
4. Найти на промежутке от 65 до 100 точку в которой значение максимальное.

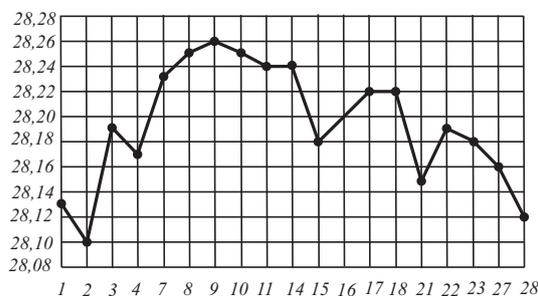
4.4.2 Варианты задачи №5

1. На рисунке жирными точками показан курс доллара, установленный Центробанком РФ, на все рабочие дни в феврале 2006 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена доллара в рублях. Для нагляд-

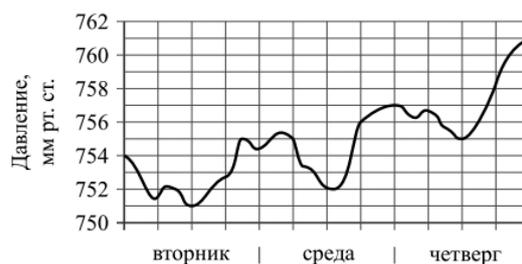
ности точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наименьший курс доллара за период с 8 по 17 февраля 2006 года. Ответ дайте в рублях.



2. На рисунке жирными точками показан курс доллара, установленный Центробанком РФ, на все рабочие дни в феврале 2006 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена доллара в рублях. Для наглядности точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наибольший курс доллара за вторую половину (т. е. за период с 15 по 28) февраля 2006 года. Ответ дайте в рублях.



3. На рисунке изображён график изменения атмосферного давления в городе Энске за три дня. По горизонтали указаны дни недели, по вертикали — значения атмосферного давления в миллиметрах ртутного столба. Укажите наибольшее значение атмосферного давления во вторник.



4. На рисунке изображён график изменения атмосферного давления в городе Энске за три дня. По горизонтали указаны дни недели, по вертикали — значения атмосферного давления в миллиметрах ртутного столба. Укажите наибольшее значение атмосферного давления в среду.



4.5 Задание №6

Пример 4.5.1 Решите уравнение $13 + \frac{x}{4} = x + 1$

Решение.

1. Находим общий знаменатель всех дробей, входящих в уравнение. Он равен 4. Умножим правую и левую части уравнения на найденный общий знаменатель

$$52 + x = 4x + 4.$$

2. Перенесём все члены, содержащие неизвестные, влево все остальные — вправо

$$x - 4x = 4 - 52.$$

3. Выполним приведение подобных в каждой части

$$-3x = -48.$$

4. Разделим обе части на коэффициент при x (в нашем случае на -3):

$$x = \frac{-48}{-3} = 16.$$

5. Запишем результат в бланк ответов.

1	4																		
---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

4.5.1 Раздаточный материал

Избавьтесь от дробей, для чего умножьте правую и левую части уравнений на общий знаменатель

1) $3 + \frac{x}{5} = x + \frac{1}{2}$,

2) $\frac{1}{3} + \frac{x}{4} = 4x$,

3) $\frac{1}{4} + 5x = 2x + \frac{1}{5}$,

4) $5 + \frac{1}{5}x = \frac{2}{3}x + 1\frac{1}{2}$,

5) $\frac{2}{3} + 2\frac{1}{4}x = \frac{1}{2}x + 5$,

6) $\frac{3}{2} + 1\frac{3}{4}x = 2x + \frac{1}{2}$,

7) $\frac{2}{15} + \frac{4}{3}x = x + 5\frac{1}{5}$,

8) $1\frac{1}{6} + \frac{8}{3}x = 1\frac{1}{2}x + 6$,

9) $\frac{3}{4} + 3\frac{1}{2}x = \frac{2}{5}x + 4$,

10) $\frac{3}{5} + 1\frac{1}{2}x = 3x + \frac{1}{6}$,

11) $5 + \frac{2}{3}x = 3x + 1\frac{3}{5}$,

12) $3\frac{4}{5} + 1\frac{1}{6}x = 5x + 1$.

Перенесите все члены, содержащие неизвестные, влево, а остальные — вправо

1) $3x - 5 = 2x + 1$,

2) $51x + 11 = -3x + 4$,

3) $-3x - 6 = -x + 82$,

4) $12x - 8 = -21x + 4$,

5) $6x + 4 = 3x - 18$,

6) $-3x - 6 = -8x + 1$,

7) $5 - 4x = -x + 8$,

8) $33 - 11x = 22 - 8x$,

9) $x + 24 = 38 - 21x$,

10) $65 + 11x = 98 - 16x$,

11) $3x + 21 = 12 + 4x$,

12) $33 - 13x = 61 + 3x$.

Приведите подобные.

1) $21x + 4x = 13 - 43,$

5) $-6x + 2x = 46 - 11,$

2) $5x = 52 - 16,$

6) $32x + 21x = 44 - 3,$

3) $8x - 11x = -24,$

7) $x + 8x - 22x = 8 + 11,$

4) $13x - 7x = 21 + 4,$

8) $4x - 16x = 3 - 15 + 24.$

Разделите уравнение на коэффициент при x

1) $6x = 42,$

4) $3x = -39,$

7) $2x = -19,$

2) $-11x = 242,$

5) $6x = 39,$

8) $-5x = -11.$

3) $-4x = -124,$

6) $-4x = 125,$

4.5.2 Варианты задачи №6

Решите уравнение

1) $3 + \frac{x}{5} = x + \frac{1}{2},$

7) $\frac{2}{15} + \frac{4}{3}x = x + 5\frac{1}{5},$

2) $\frac{2}{3} + \frac{x}{4} = \frac{x}{3},$

8) $1\frac{1}{6} + \frac{7}{3}x = 1\frac{1}{2}x + 6,$

3) $\frac{1}{4} + 3x = 2x + \frac{1}{5},$

9) $\frac{3}{4} + 1\frac{1}{2}x = \frac{1}{5}x + 4,$

4) $5 + \frac{1}{5}x = \frac{2}{3}x + 1\frac{1}{2},$

10) $\frac{2}{5} + 1\frac{1}{3}x = x + \frac{1}{6},$

5) $\frac{2}{3} + 2\frac{1}{4}x = \frac{1}{2}x + 5\frac{11}{12},$

11) $5 - \frac{x}{3} = 3x + 1\frac{3}{5},$

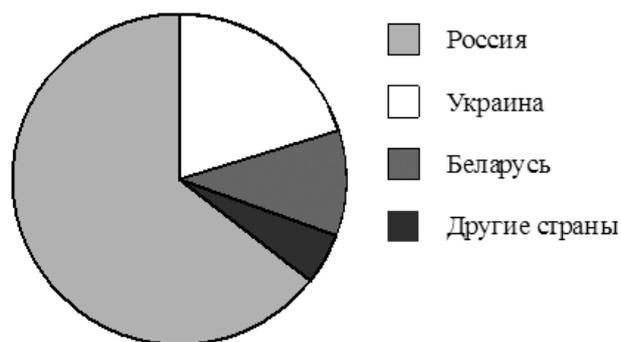
6) $\frac{3}{2} + 1\frac{3}{4}x = 2x + \frac{1}{2},$

12) $3\frac{4}{5} + \frac{5x}{6} = 5x + 1.$

4.6 Задание №8

Пример 4.6.1 На диаграмме представлено распределение количества пользователей некоторой социальной сети по странам мира. Всего в этой социальной сети 9 млн пользователей.

Какие из следующих утверждений **неверны**?



1. Пользователей из Беларуси больше, чем пользователей из России.
2. Пользователей из Украины меньше трети общего числа пользователей.
3. Пользователей из Беларуси больше, чем пользователей из Дании.
4. Пользователей из России меньше 4 миллионов.

В ответе запишите номера выбранных утверждений.

Решение. 1. Сектор светло-серого цвета занимает большее место чем сектор темно-серого цвета, следовательно утверждение 1 неверно.

2. Сектор белого цвета занимает меньше 120° , то есть меньше трети, следовательно утверждение верно.

3. Сектор Беларуси больше сектора другие страны. Дания входит в другие страны. То есть утверждение верно.

4. Сектор России занимает более половины места. Половина от 9 млн. — 4,5 млн. Утверждение верно.

5. Записать ответ в бланк ответов.

1																			
---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

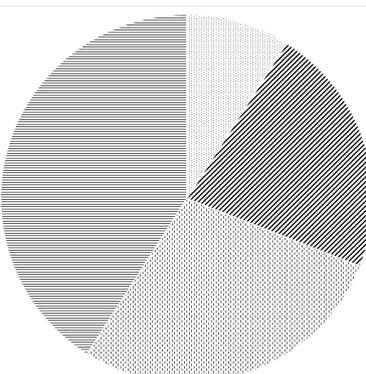
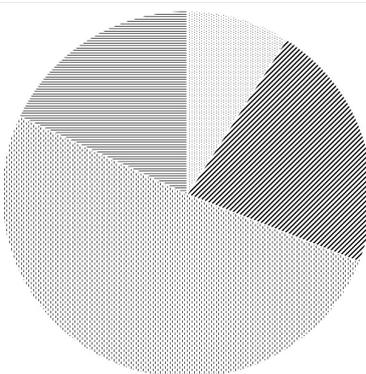
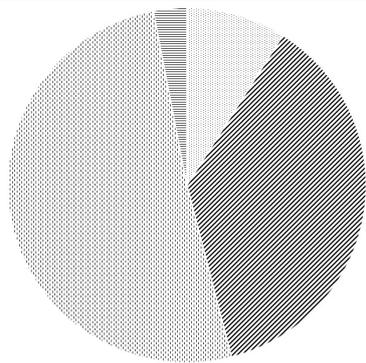
4.6.1 Раздаточный материал

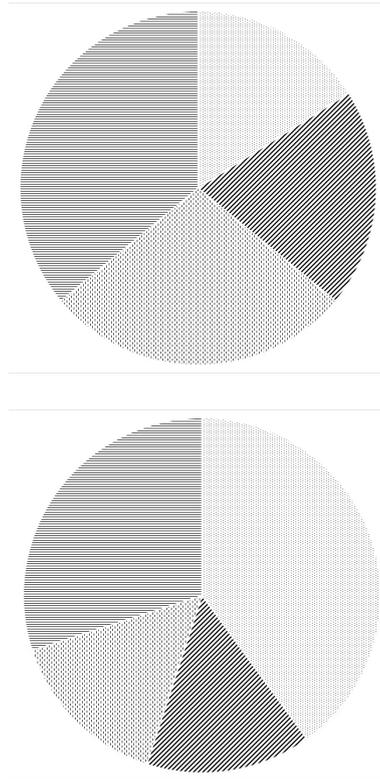
Сравните

1. $\frac{1}{3}$ и 40%
2. $\frac{1}{3}$ и 30%
3. $\frac{1}{3}$ и 25%
4. $\frac{1}{3}$ и 48%
5. $\frac{1}{3}$ и 52%

6. $\frac{1}{4}$ и 40%
7. $\frac{1}{4}$ и 30%
8. $\frac{1}{4}$ и 25%
9. $\frac{1}{4}$ и 48%
10. $\frac{1}{4}$ и 52%

11. $\frac{1}{2}$ и 40%
12. $\frac{1}{2}$ и 30%
13. $\frac{1}{2}$ и 25%
14. $\frac{1}{2}$ и 48%
15. $\frac{1}{2}$ и 52%





Отметьте верные утверждения

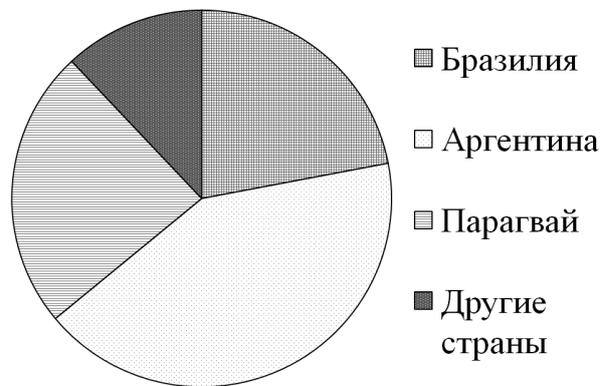


рисунок 1

1) На диаграмме представлено распределение количества пользователей некоторой социальной сети по странам Южной Америки. Всего в этой социальной сети 9 млн пользователей. Отметьте верные утверждения

1. Аргентина больше $\frac{1}{3}$.

3. Колумбия больше четверти.

4. Колумбия меньше трети.

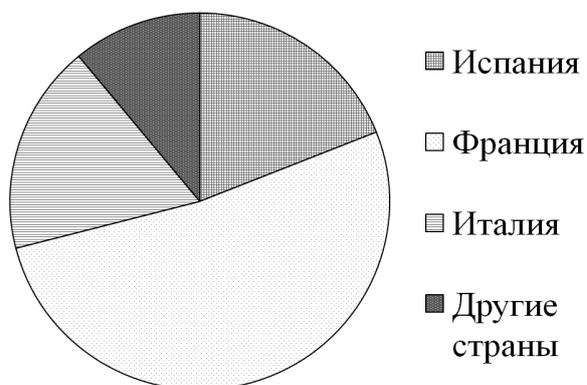
2. Аргентина больше половины.

5. Бразилия больше Колумбии.

- 6.Бразилия больше Аргентины.
- 7.Бразилия больше трети.
- 8.Аргентина больше 3 млн.
- 9.Аргентина больше 4,5 млн.
- 10.Колумбия больше 2 млн.
- 11.Колумбия меньше 3 млн.
- 12.Бразилия больше 3 млн.
- 13.Парагвай меньше 3 млн.
- 14.Бразилия меньше 5 млн.
15. Парагвай меньше 2 млн.
16. Аргентина меньше 5 млн.

4.6.2 Варианты задачи №8

1) На диаграмме представлено распределение количества произведенной кока-колы по странам Европы в 2014 году. Всего в Европе было произведено 123 млн. литров.

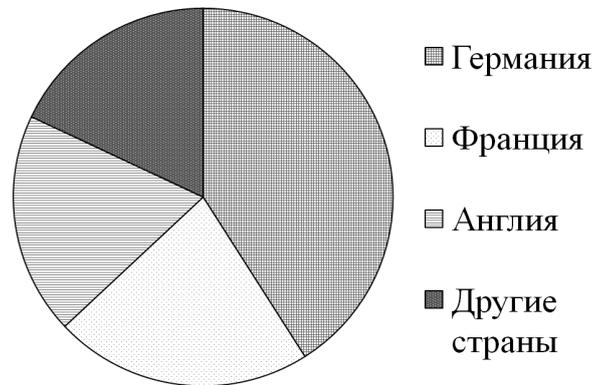


Какие из следующих утверждений **верны**?

1. Кока-колы в Испании произведено больше чем во Франции.
2. Кока-колы в Испании, Италии и Франции в совокупности произведено менее 90 млн. литров.
3. Больше всего кока-колы в Европе производится во Франции.
4. Больше всего кока-колы в Европе производится в Нидерландах.

В ответе запишите номера выбранных утверждений.

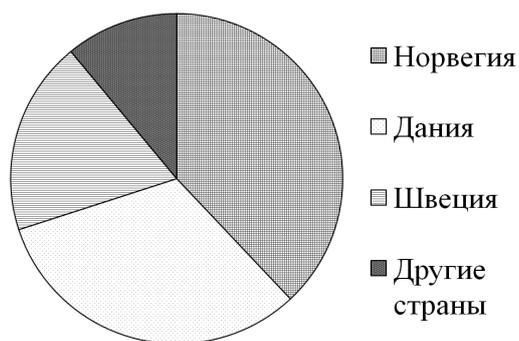
2) На диаграмме представлено распределение промышленного производства по странам европы в 2014 году. Всего в Европе было произведено промышленных товаров на сумму 340 миллиардов евро.



Какие из следующих утверждений **неверны**?

1. В Германии произведено товаров на сумму более, чем 90 миллиардов евро.
2. В Англии произведено товаров на сумму менее, чем 120 миллиардов евро.
3. В России произведено товаров на сумму, большую 100 миллиардов евро.
4. В Германии произведено товаров на меньшую сумму, чем в Англии.

В ответе запишите номера выбранных утверждений.



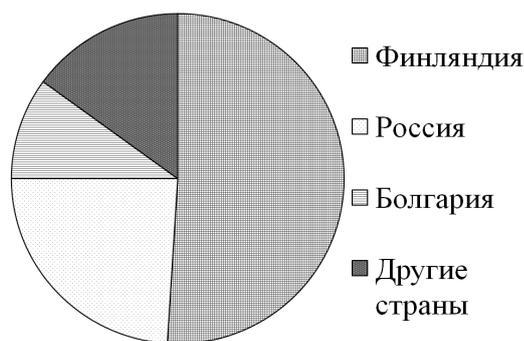
3)

На диаграмме представлено распределение вылова рыбы в балтийском море по странам в 2014 году. Всего в балтийском море было выловлено 31 млн. тонн рыбы.

Какие из следующих утверждений **неверны**?

1. Больше всего рыбы было выловлено Данией.
2. Норвегией было выловлено меньше рыбы, чем Швецией.
3. Дания и Норвегия на пару выловили меньше 15 млн. тонн рыбы..
4. Ни одна страна не выловила больше 8 млн. тонн рыбы.

В ответе запишите номера выбранных утверждений.



4)

На диаграмме представлено распределение заготовки леса по странам Европы в 2014 году. Всего в Европе было заготовлено 240 млн. кубометров леса.

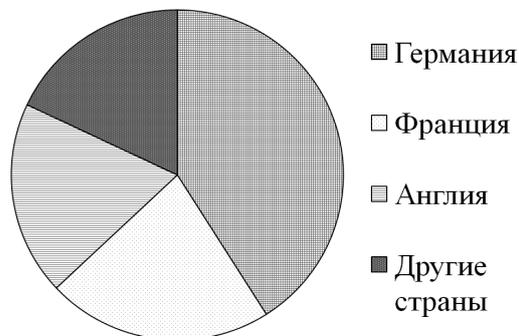
Какие из следующих утверждений **верны**?

1. Больше всего леса было заготовлено в России.
2. В Финляндии и России в совокупности заготовлено около 180 млн. кубометров леса.
3. В Швеции леса заготовили меньше, чем в Финляндии.
4. В Европе есть три страны, в каждой из которых заготовили больше 90 млн. кубометров леса.

В ответе запишите номера выбранных утверждений.

5)

На диаграмме представлено распределение промышленного производства по странам Европы в 2014 году. Всего в Европе было произведено промышленных товаров на сумму 340 миллиардов евро.



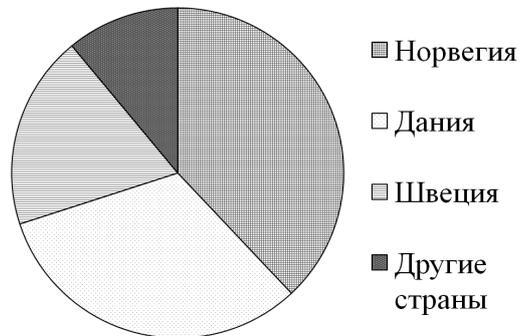
Какие из следующих утверждений **неверны**?

1. В Германии и Англии произведено промышленных товаров примерно на одну и ту же сумму.
2. Лидером Европы по производству промышленных товаров является Германия.
3. По крайней мере в двух странах Европы произведено промышленных товаров на сумму большую, чем 30 миллиардов евро.
4. В Германии и Франции произведено товаров на большую сумму, чем во всех остальных странах Европы.

В ответе запишите номера выбранных утверждений.

6) На диаграмме представлено распределение вылова рыбы в Балтийском море по странам в 2014 году. Всего в Балтийском море было выловлено 31 млн. тонн рыбы.

Какие из следующих утверждений **неверны**?



1. Швеция и Дания в сумме выловили меньше 10 млн. тонн рыбы..
2. По количеству выловленной в Балтийском море рыбы Дания занимает второе место.
3. Норвегия выловила больше рыбы, чем Швеция и Россия вместе взятые.
4. Дания выловила больше 25 млн. тонн рыбы.

В ответе запишите номера выбранных утверждений.

7) На диаграмме представлено распределение заготовки леса по странам Европы в 2014 году. Всего в Европе было заготовлено 240 млн. кубометров леса. Какие из следующих утверждений **верны**?

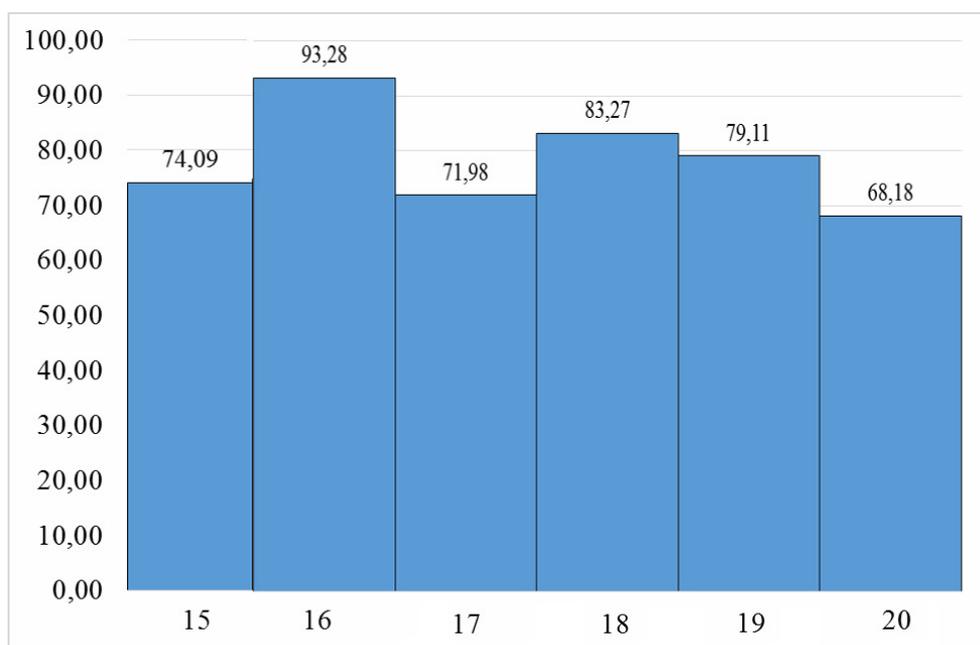


1. Россия не входит в тройку ведущих стран Европы по заготовке леса.
2. В Болгарии заготовлено леса по крайней мере в 5 раз меньше, чем в России.
3. В Латвии, Литве и Эстонии в совокупности заготовлено меньше леса, чем в Финляндии.
4. Ни одна страна Европы не заготовила больше 120 млн. кубометров леса.

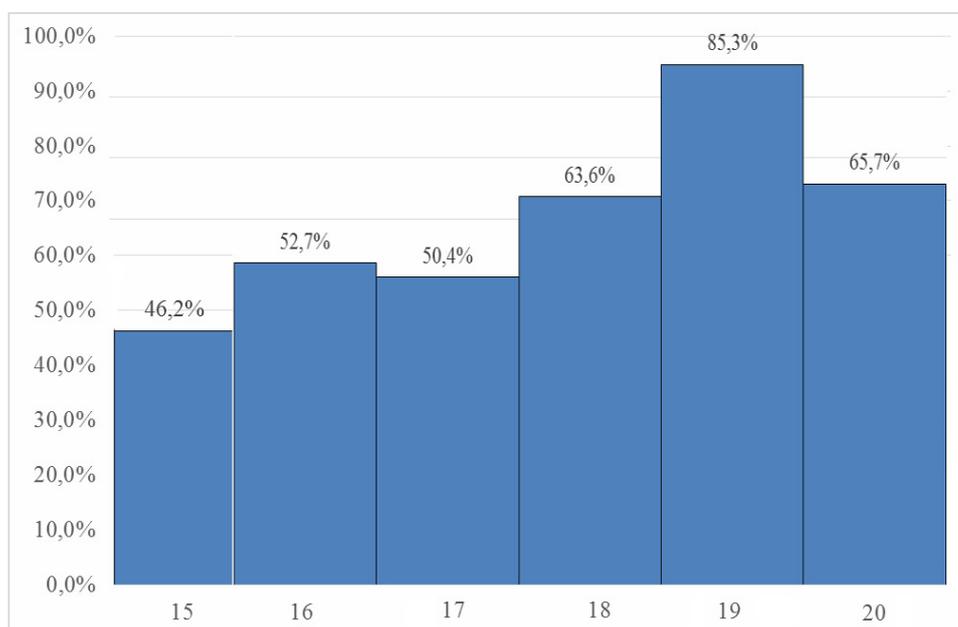
В ответе запишите номера выбранных утверждений.

5 ГЕОМЕТРИЯ

Сразу отметим, что выбор заданий требуемого класса из раздела «Геометрия» не так велик, как по алгебре: всего 6 задач, а не 14. Правда, и выбрать из них надо не 6 — 7, а всего 2 — 3. Сам выбор необходимых для тренировки заданий нам подсказывает статистика решаемости геометрии, приведенная на следующей гистограмме.



Решаемость задач по геометрии (статистика 2016 года)



Хорошо видно, что более простыми задачами являются задания 16 и 18. Задача 16 — это задача на подсчёт углов. Для её выполнения нужно знать весьма немного фактов, но знать их твёрдо, безошибочно. Ну и не ошибиться в счёте. Задача 18 — это задача на тему «многоугольник». Опять же под многоугольником понимается либо параллелограмм (возможно, его частные случаи — ромб или прямоугольник), либо трапеция, либо правильный многоугольник с небольшим числом сторон (5, 6 или 8). Кроме того, в этой задаче почти всегда задействовано понятие площади и предполагается нахождение этой площади по известным формулам.

Спецификация ОГЭ для раздела «Геометрия» является крайне жесткой. По сути, всем заданиям в спецификации сопоставлены одни и те же слова: «уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами». Каждой теме сопоставлена одна задача: «геометрические фигуры и их свойства», «треугольник», «многоугольник», «окружность и круг», «измерение геометрических величин». Элементы требований из спецификации, ввиду краткости, мало отражают необходимые навыки и умения. Эти умения формируются, начиная с 5 класса. Проблемы с усвоением геометрии, что в Свердловской области, что во всей России, отмечаются далеко не первый год. Хотя, надо признать, ситуация со временем улучшается, но крайне медленно.

Характерны типы задач, по которым набрано минимальное количество баллов. прежде всего, крайне плохо решаются задачи о вписанных в окружность фигурах, на нахождение тех или иных величин в фигурах, описанных вокруг окружности и т.д. Значит тема «Окружность и круг» далеко не самая простая, её брать не стоит.

Также вряд ли правильно брать задания, в которых требуется из нескольких утверждений выбрать верное: ведь по сути это надо проверить правильность нескольких утверждений (обычно, четырёх), и ошибка хотя бы в одном пункте приводит к нулю баллов за всё задание. Весьма трудной, по мнению авторов, для девятиклассников, является тема «тригонометрия». Трудность последней темы также связана с «непривычностью» материала. С понятиями «соотношения», «доли», школьники работают крайне мало, а в приложении к геометрическим величинам проблемы и вовсе становятся непреодолимыми.

Итак, делаем вывод, что в качестве «обязательных» надо выбирать темы «треугольник» и «площадь многоугольника», т. е. задачи 16, 18 и 19.

5.1 Задание №16

При подготовке к решению геометрических задач, даже самых простых, нужно добиться, чтобы школьник выучил назубок определённые геометрические факты, определения, теоремы. Об этом приходится говорить, поскольку в реальной жизни современные дети мало общаются с геометрией (с алгеброй больше, с числами ещё больше), геометрическая интуиция у них развита меньше, поэтому не приходится надеяться на то, что на экзамене она им поможет. Чаще всего, если нужный факт забыт (тем более, если школьник его просто никогда не знал), задача решена не будет, и верный ответ тоже не будет получен. Поскольку контингент, с которым мы сейчас работаем, никогда не будет помнить много геометрических фактов, следует выделить тот необходимый минимум, который школьник должен знать.

Так, для решения задачи №16 школьник должен выучить шесть простых фактов:

- 1) Сумма углов любого треугольника равна 180° .

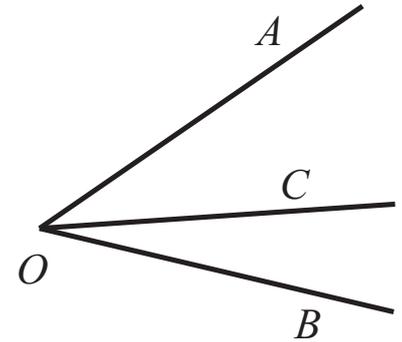
2) Сумма смежных углов равна 180° .

3) Биссектриса угла делит его пополам.

4) В равнобедренном треугольнике углы при основании равны.

5) Если луч OC лежит внутри угла BOA (см. рисунок), то $\angle BOA = \angle BOC + \angle AOC$.

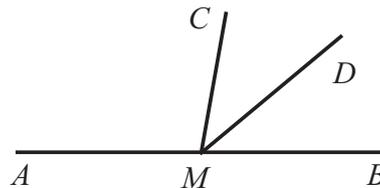
6) При пересечении двух параллельных прямых третьей соответственные углы равны; накрестлежащие углы тоже равны.



$$\angle BOA = \angle BOC + \angle AOC$$

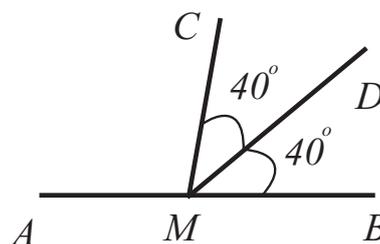
Само собой разумеется, что эти факты ученик должен знать не «по формулировке», а «по сути», т. е. видеть нужные равные углы на рисунке, понимать, что такое биссектриса, что такое развёрнутый угол и пр. Конечно, это осложняет подготовку к геометрическим задачам, но без этого никак.

Пример 5.1 На прямой AB взята точка M . Луч MD — биссектриса угла $СМВ$. Известно, что $\angle DMC = 40^\circ$. Найдите угол $СМА$. Ответ дайте в градусах.

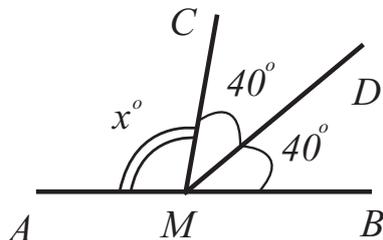


Решение.

1. Отметим на рисунке равные углы (по определению биссектрисы $\angle DMC = \angle BMD$).



2. Расставим на рисунке данные в задаче углы и отметим угол, который надо найти (обозначив его переменной x). свойству 5 имеем $\angle CMB = \angle DMC + \angle BMD = 40^\circ + 40^\circ = 80^\circ$).



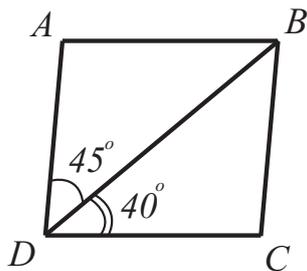
3. Составим уравнение $x + 40^\circ + 40^\circ = 180^\circ$. (по свойству смежных углов $\angle CMA + \angle CMB = 180^\circ$), откуда $\angle CMA = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$).

4. Решим уравнение; получим $x = 100^\circ$

5. Запишем ответ (число 100) в бланк ответов

1	0	0																	
---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Пример 5.2 Диагональ BD параллелограмма $ABCD$ образует с его сторонами углы, равные 45° и 40° . Найдите больший угол параллелограмма (в градусах).



Решение.

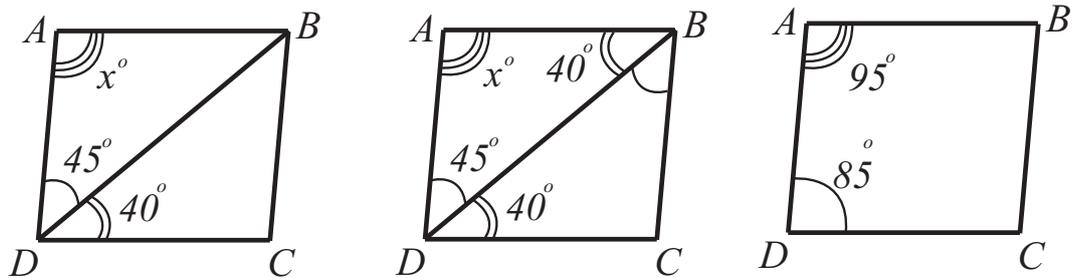
1. Отметим на рисунке заданные углы и угол, который надо найти (обозначив его через x).

2. Отметим равные углы (внутренние накрест лежащие при параллельных AB и CD и секущей BD , а также внутренние накрест лежащие при параллельных AD и BC и секущей BD).

3. Найдём угол D параллелограмма, как сумму углов ADB и CDB ($\angle D = \angle CDB + \angle ADB = 40^\circ + 45^\circ = 85^\circ$).

4. Найдём угол A параллелограмма из треугольника ABD ($x + 40^\circ + 45^\circ = 180^\circ$, откуда $\angle A = x = 180^\circ - 40^\circ - 45^\circ = 95^\circ$).

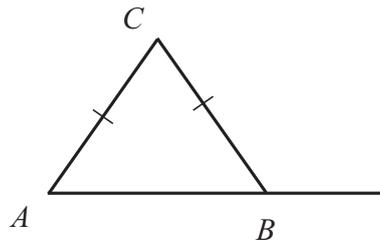
5. Из двух значений $\angle A$ и $\angle D$ выберем наибольшее ($\max\{85^\circ, 95^\circ\} = 95^\circ$).



К решению примера 7.2

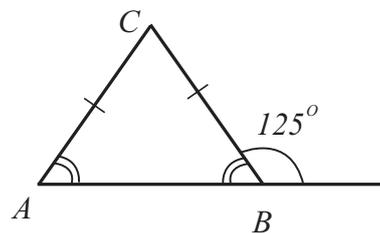
6. Запишем ответ (число 95) в бланк ответов

Пример 5.3 В треугольнике ABC $AC = BC$. Внешний угол при вершине B равен 125° . Найдите угол C . Ответ дайте в градусах.

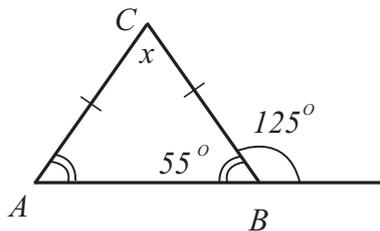


Решение.

1. Отметим на рисунке равные углы при основании равнобедренного треугольника и отметим заданный угол.



2. Обозначим угол, который надо найти, через x и найдём угол при основании равнобедренного треугольника ($\angle CBA = 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$).



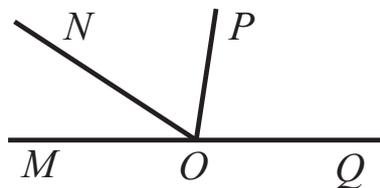
3. Запишем сумму углов треугольника ABC ($x + 55^\circ + 55^\circ = 180^\circ$) и решим полученное уравнение ($x = 50^\circ$).

4. Запишем ответ (число 50) в бланк ответов

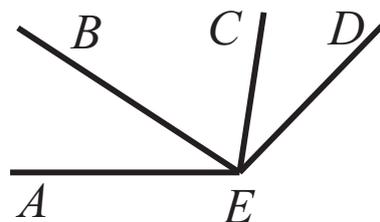
5	0																		
---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

5.1.1 Раздаточный материал

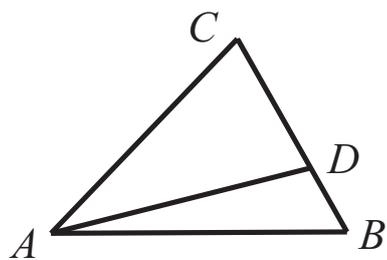
Отметьте (и обозначьте переменной x) углы на рисунке



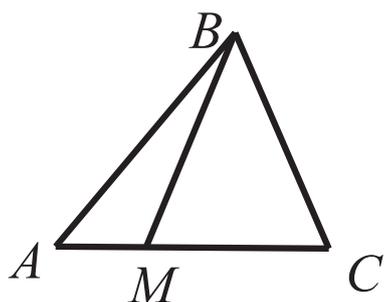
- 1) POQ ; 2) MOP ; 3) PON ; 4) NOQ .



- 5) BED ; 6) CED ; 7) CEA ; 8) AEC .

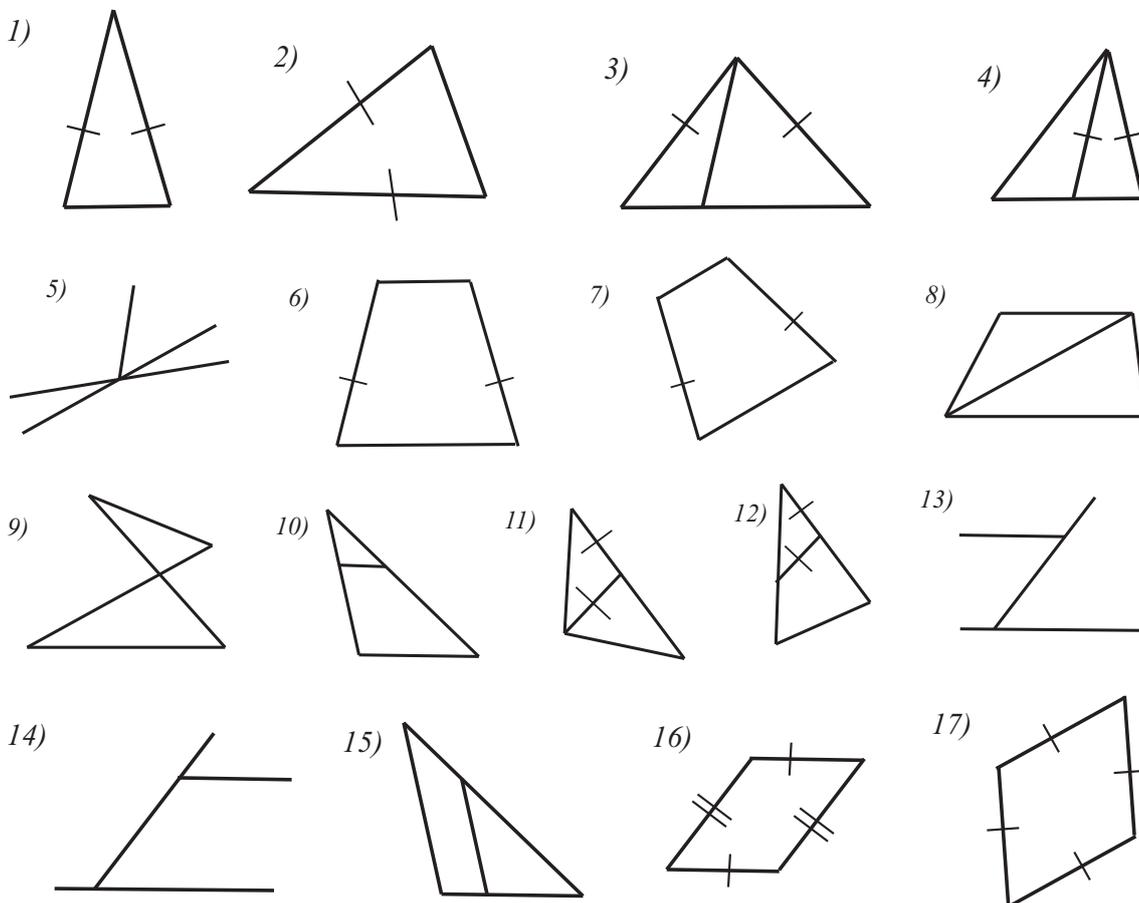


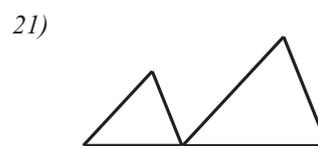
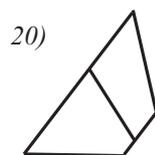
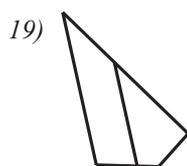
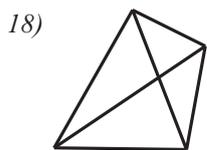
9) ADC ; 10) ACD ; 11) ACB ; 12) BDA ; 13) BAC .



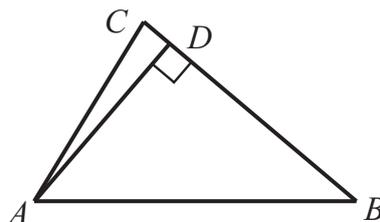
14) ACB ; 15) AMB ; 16) BMC ; 17) CBM ; 18) BAC .

Отметьте на рисунке все пары равных углов





На рисунке укажите численные значения всех углов, которые можно определить по данным задачи.

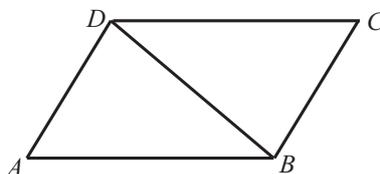


1) $\angle ACB = 80^\circ$,
 $\angle ABD = 38^\circ$;

2) $\angle CAD = 13^\circ$,
 $\angle CAB = 73^\circ$;

3) $\angle ACB = 76^\circ$,
 $\angle CAB = 67^\circ$;

4) $\angle CAD = 12^\circ$,
 $CB = CD$.

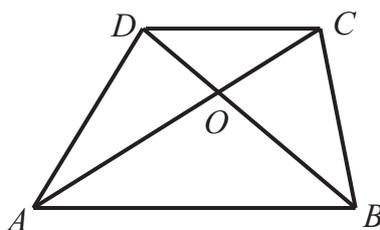


5) $\angle DAB = 70^\circ$, $\angle ABD = 43^\circ$;

6) $\angle ADB = 74^\circ$, $\angle BDC = 27^\circ$;

7) $\angle ABC = 122^\circ$, $\angle CDB = 56^\circ$;

8) $\angle CBD = 40^\circ$, $AD = BD$.

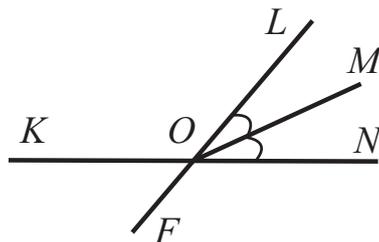


9) $\angle AOD = 78^\circ$, $\angle ACD = 22^\circ$;

10) $\angle ADB = 74^\circ$, $\angle DBA = 32^\circ$;

11) $\angle COD = 99^\circ$, $\angle OBA = 37^\circ$;

12) $\angle ABC = 84^\circ$, $AD = BC$.

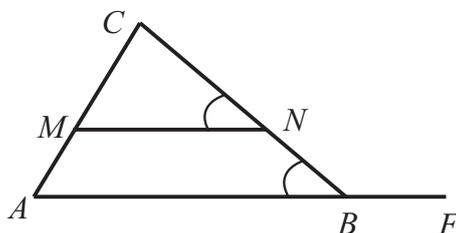


13) $\angle LOM = 25^\circ$;

15) $\angle NOF = 102^\circ$;

14) $\angle KOF = 64^\circ$;

16) $\angle KOM = 163^\circ$.



17) $\angle CBF = 132^\circ$;

18) $\angle MCN = 74^\circ$, $\angle CAB = 64^\circ$;

19) $\angle ABC = 22^\circ$, $\angle NMA = 98^\circ$;

20) $\angle NBF = 140^\circ$, $CN = MN$.

5.2 Задание №18 и 19

Задачи на нахождение площади фигур подразумевают знание формул, по которым эти площади считаются. Таких формул в геометрии немало, только для одного треугольника (общего вида) их по крайней мере пять: половина произведения основания на высоту, половина произведения двух сторон на синус угла между ними, формула Герона, полупериметр умноженный на радиус вписанной окружности, произведение трёх сторон делённое на учетверённый радиус описанной окружности). Если же брать всякие частные случаи получится ещё больше. Также нужны формулы для трапеций, параллелограммов и прочее. Авторы исходят из того, что математически слабый

школьник не в состоянии выучить все эти формулы. Поэтому предлагается обойтись следующим минимумом.

1) Площадь треугольника всегда считается как половина произведения основания на высоту.

2) Площадь параллелограмма (в частности, ромба и прямоугольника) всегда считается как произведение основания на высоту.

3) Площадь трапеции всегда считается как полусумма оснований, умноженная на высоту.

4) Площадь любого многоугольника (трапеции и параллелограмма в частности) равна сумме площадей треугольников, на которые он разбивается.

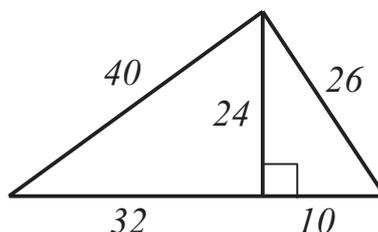
Последний пункт следует применять в тех случаях, когда либо вид многоугольника не определён, либо найти нужные для нахождения площади величины затруднительно. Типичный пример — произвольный четырёхугольник на клетчатой бумаге с вершинами в узлах сетки. Его разумно разбить на треугольники (обычно диагональю). Кстати, для таких фигур рекомендуем использовать ещё одну формулу — формулу Пика. Эта формула не изучается в стандартном курсе средней школы, но она очень проста и позволяет столь же просто и быстро искать площадь многоугольника любого вида. Формула такова.

$$S = a + \frac{b}{2} - 1.$$

Здесь a — количество узлов сетки, лежащих строго внутри многоугольника, b — количество узлов сетки, лежащих на его границе. Подчеркнём, что формула справедлива только для **многоугольника, все вершины которого лежат в вершинах клеток**, причём сторона клетки должна быть равна 1.

Но других ситуаций в задачах базового уровня не бывает: если нарисована клетчатая бумага, то всегда сторона клетки 1, а вершины многоугольника в узлах сетки. Поэтому мы в дальнейшем не будем обращать внимание на указанные ограничения. Также мы не будем приводить её доказательство — всё равно слабый школьник его не выучит, а скорее всего, просто не поймёт. Желающие легко найдут доказательство в специальной литературе или в интернете (достаточно ввести в поисковик слова «формула Пика»). Сама же формула легко запоминается и применяется даже очень слабыми учениками, поэтому показать её школьникам, заставить выучить и «натаскать» на использование при решении задач такого типа полезно и не занимает много времени.

Пример 5.4 Найдите площадь треугольника, изображённого на рисунке.



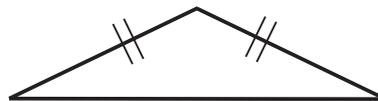
Решение.

1. Вспомнить формулу площади треугольника ($S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h$).
2. Найти на рисунке a и h (a — нижняя сторона треугольника, h — высота) и заметить, что высота известна.
3. Найти a ($a = 32 + 10 = 42$)
4. Подставить значения a и h в формулу и произвести вычисления $S = \frac{1}{2} \cdot 42 \cdot 24 = 504$
5. Записать ответ в бланк ответов.

504 □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □

Применительно к этой задаче обратим внимание на 2 момента. Момент первый. В условии задачи имеются данные, которые для решения не нужны (длины двух других сторон). Это ситуация достаточно типичная для заданий ОГЭ и надо, чтобы школьники к ней были готовы. Это значит, что в процессе подготовки необходимо давать школьникам такие задания с «лишними данными». Понятно, не сразу, а начиная где-то с середины подготовки по данной задаче. Момент второй. Иногда «лишние данные» на самом деле могут быть найдены из других условий задачи (в приведённом примере по теореме Пифагора из прямоугольных треугольников, на которые высота разделила исходный). Поэтому если бы вместо этих значений стояли бы другие, то условие задачи было бы противоречивым, и сама задача решения не имела. На ОГЭ такая ситуация невозможна и говорить об ней слабым ученикам не надо. Но учитель всегда должен иметь её в виду, особенно, если он будет сам составлять подобные задания или их фрагменты.

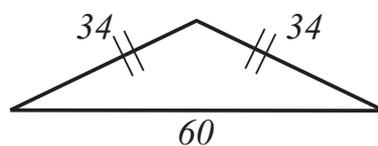
Пример 5.5 Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 34, а основание равно 60. Найдите площадь этого треугольника.



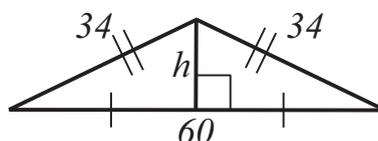
Решение.

1. Вспомнить формулу площади треугольника ($S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h$).

2. Отметить на рисунке то, что дано.



3. Найти на рисунке a и h (a — нижняя сторона треугольника, h — высота, но высоты нет, поэтому её следует провести) и заметить, что основание a известно, а высота — нет.



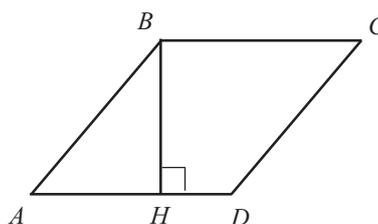
4. Из свойства равнобедренного треугольника найти половину нижнего основания, а затем и высоту ($h = \sqrt{34^2 - \left(\frac{60}{2}\right)^2} = 16$).

5. Подставить значения a и h в формулу и произвести вычисления $S = \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot 16 = 480$.

6. Записать ответ в бланк ответов.

4	8	0																
---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

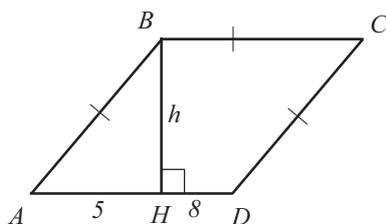
Пример 5.6 Высота BH ромба $ABCD$ делит его сторону AD на отрезки $AH = 5$ и $HD = 8$. Найдите площадь ромба.



Решение.

1. Вспомнить, что ромб является параллелограммом и что его площадь вычисляется по формуле $S = a \cdot h$.

2. Отметить на рисунке данные задачи и понять, что для нахождения площади нужно найти высоту h .



3. Найти длину стороны ромба ($a = AH + HD = 5 + 8 = 13$).

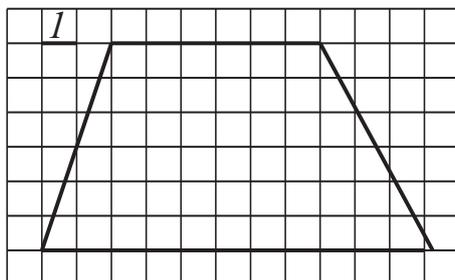
4. По теореме Пифагора из треугольника ABH найти высоту ($h = \sqrt{a^2 - AH^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$).

4. Найти площадь ромба ($S = 13 \cdot 12 = 156$.)

5. Записать ответ в бланк ответов.

156

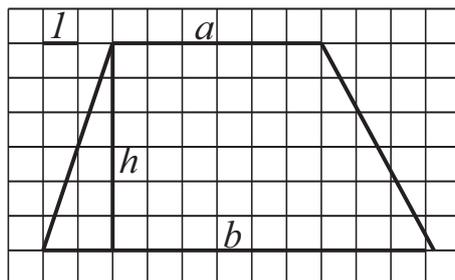
Пример 5.7 Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.



Решение.

1. Вспомнить формулу площади трапеции ($S = \frac{a + b}{2} \cdot h$).

2. Отметить на рисунке a , b и h (высоту h следует провести).



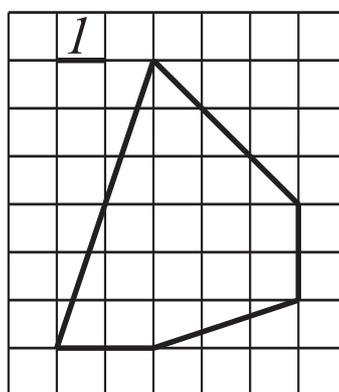
3. Подсчитав количество клеточек найти все нужные величины ($a = 6$, $b = 11$, $h = 6$)

4. Подставить значения величин в формулу и произвести вычисления $S = \frac{6 + 11}{2} \cdot 6 = 51$.

5. Записать ответ в бланк ответов.

51

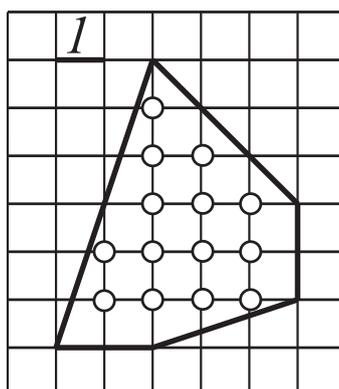
Пример 5.8 Найдите площадь пятиугольника, изображённого на рисунке.



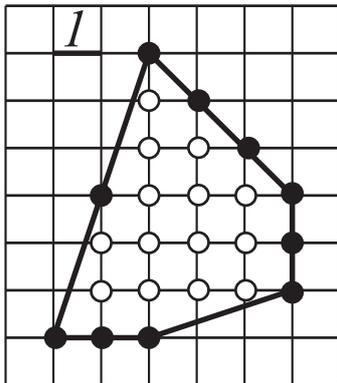
Решение.

1. Вспомнить формулу Пика ($S = a + \frac{b}{2} - 1$).

2. Посчитать количество узлов сетки внутри пятиугольника (на рисунке — белые точки). $a = 14$.



3. Посчитать количество узлов сетки на границе пятиугольника (на рисунке — чёрные точки). $b = 10$.



4. Подставить значения a и b в формулу Пика и произвести вычисления $S = 14 + \frac{10}{2} - 1 = 18$.

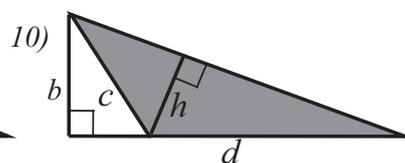
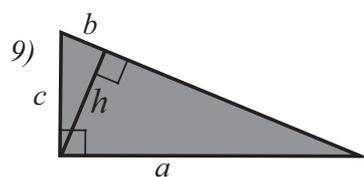
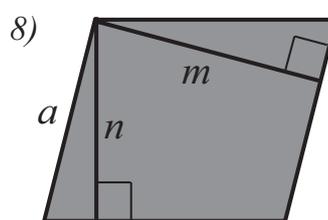
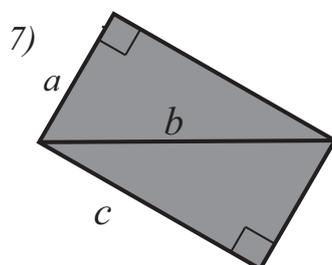
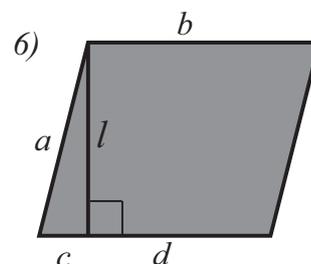
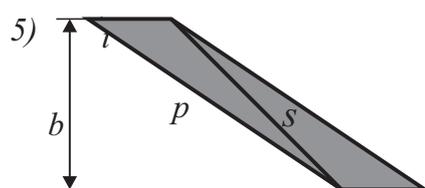
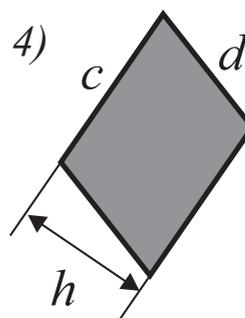
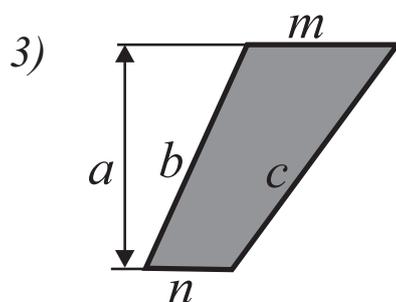
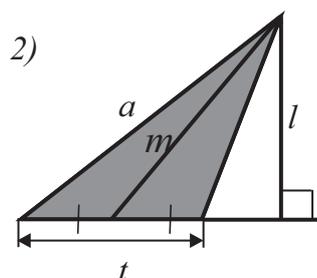
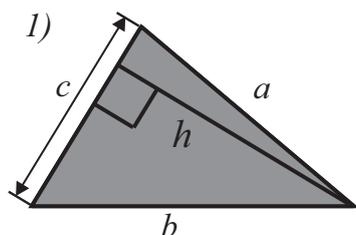
5. Записать ответ в бланк ответов.

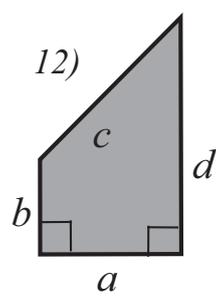
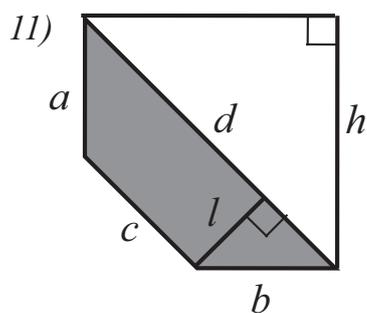
1	8																
---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Заметим, что эту задачу можно легко решать и без формулы Пика (это, видимо, и есть предполагаемое решение), а именно, можно пятиугольник разбить вертикальной диагональю на треугольник и трапеции и найти площади частей также, как это было сделано в предыдущем примере. Верно и обратное, что задачу из предыдущего примера можно легко решить с помощью формулы Пика. Какой метод предпочесть — дело вкуса.

5.2.1 Раздаточный материал

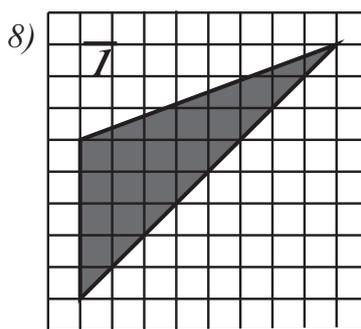
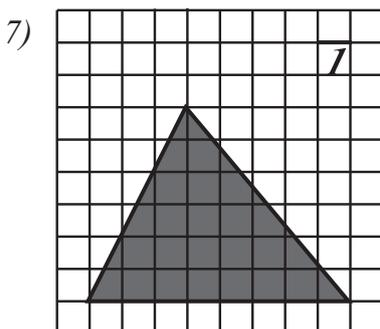
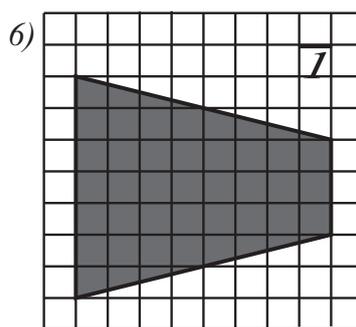
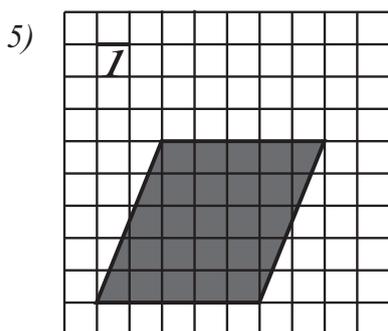
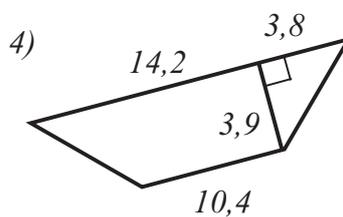
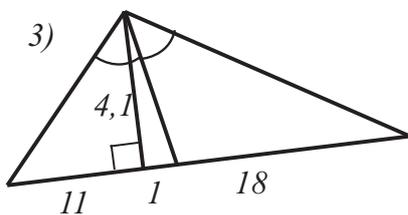
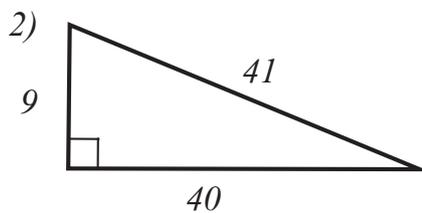
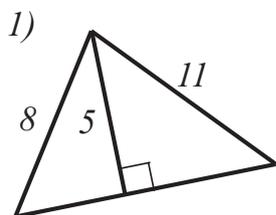
Напишите формулу, по которой находится площадь многоугольника, изображённого на рисунке.



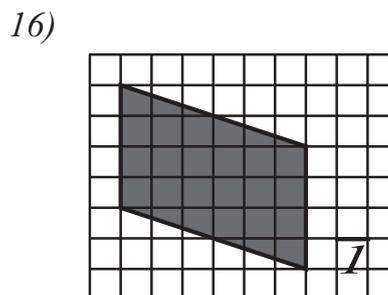
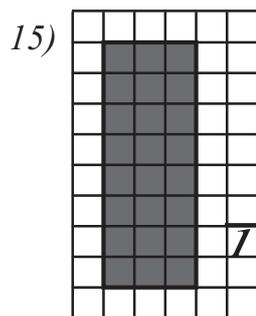
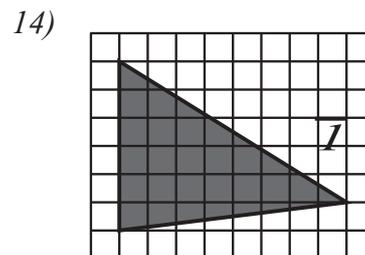
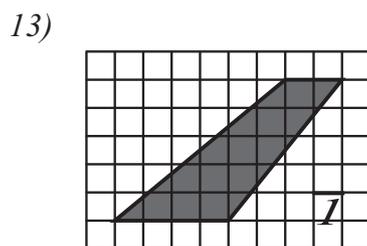
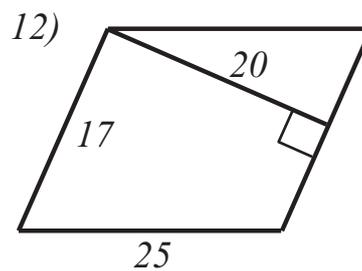
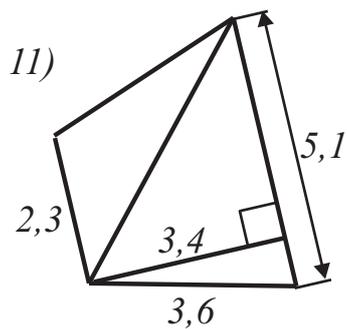
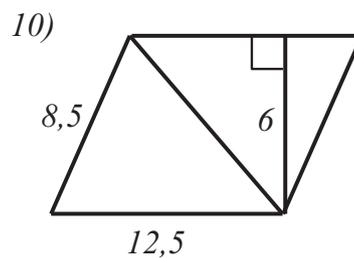
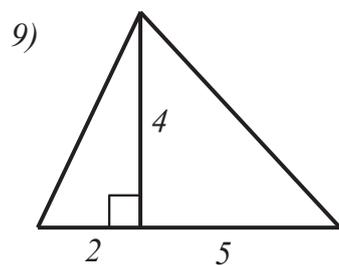


Найдите величину отрезка.

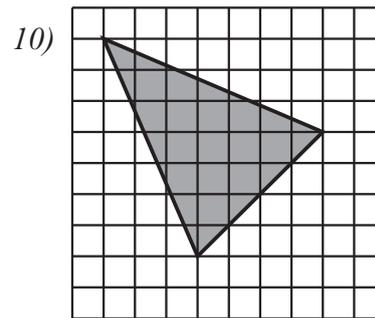
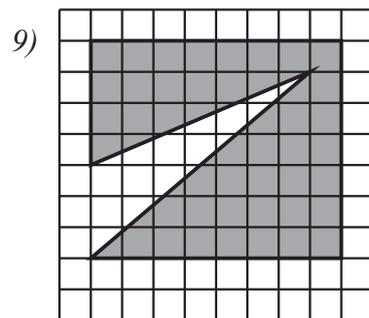
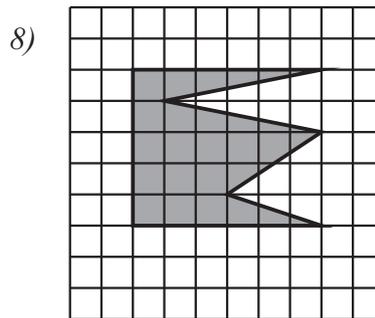
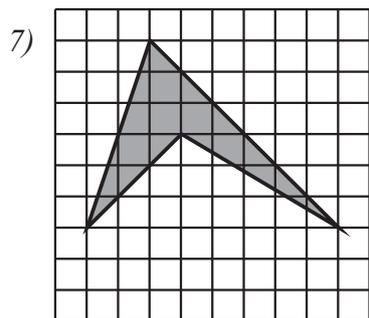
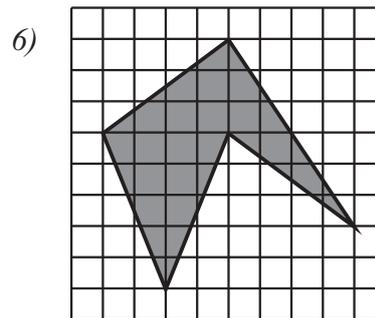
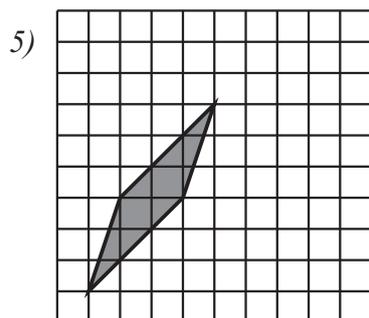
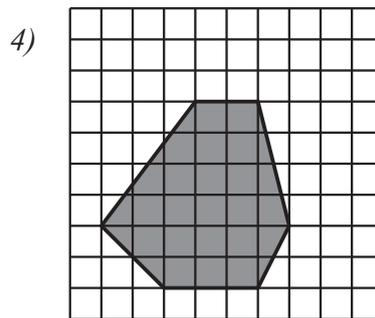
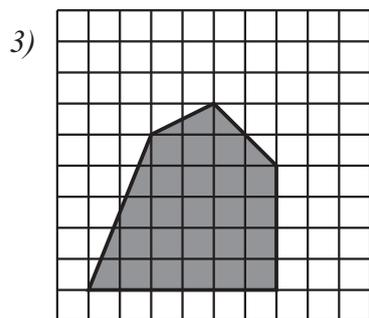
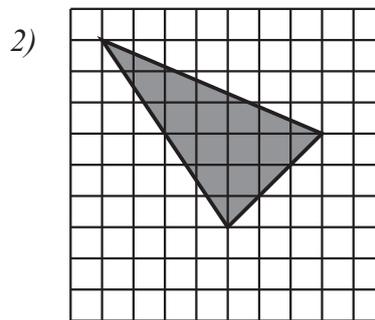
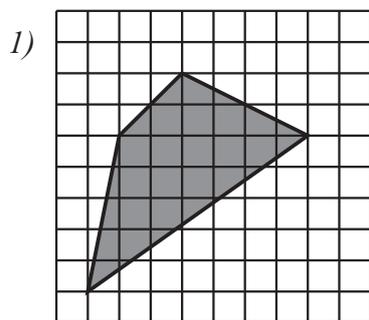
В заданиях 1 — 8 найдите высоту многоугольника.

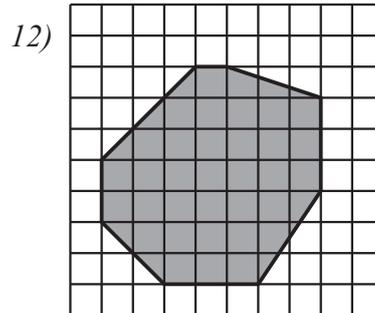
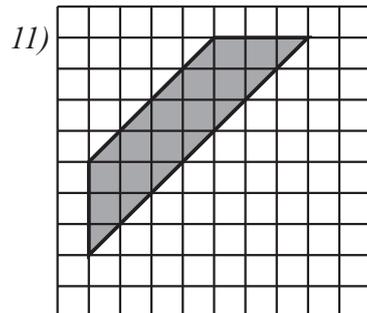


В заданиях 9 — 16 найдите основание многоугольника (в случае трапеции найдите оба её основания).



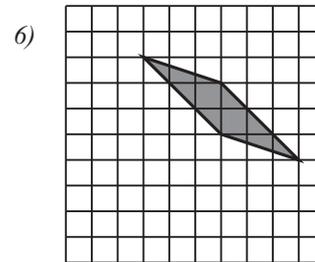
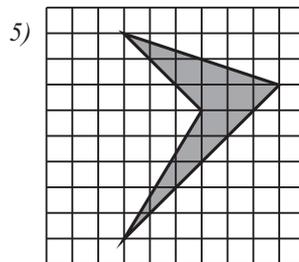
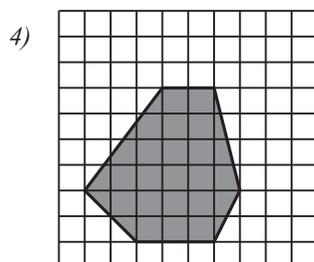
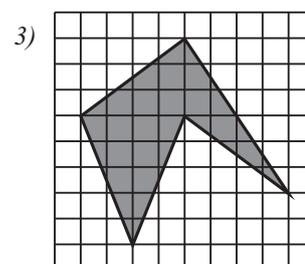
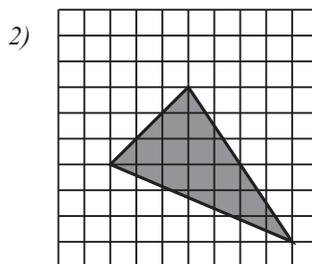
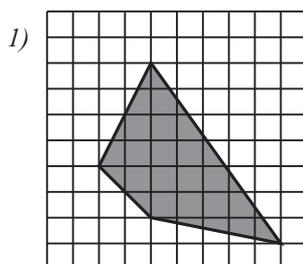
Представьте многоугольник в виде объединения (или разности) нескольких многоугольников, площадь которых легко находится.



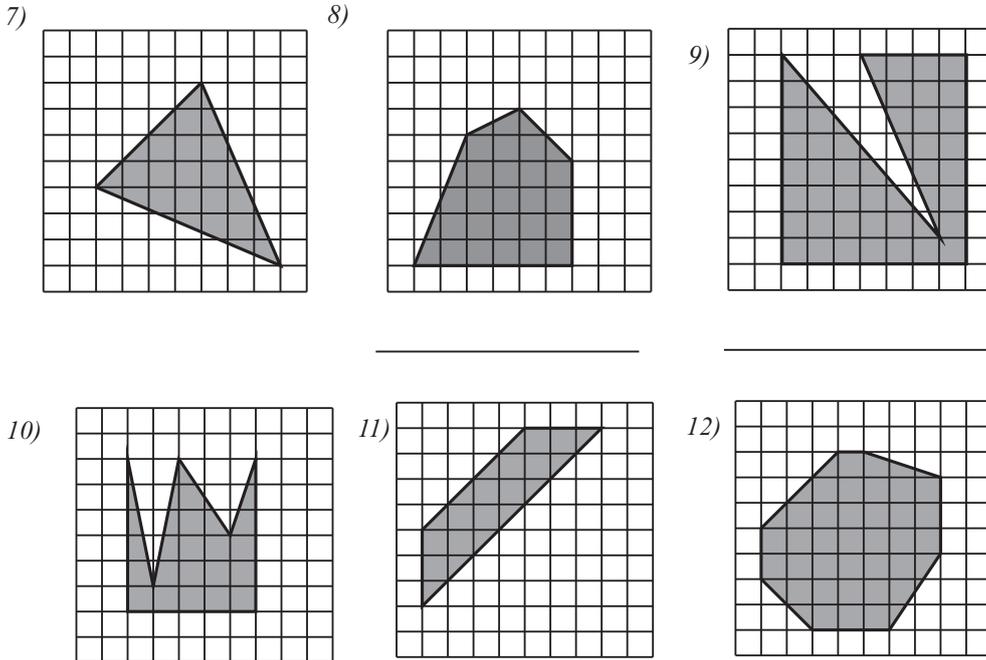


Применяем формулу Пика.

В задачах 1 — 6 подсчитайте количество узлов сетки, лежащих
внутри многоугольника.



В задачах 7 — 12 подсчитайте количество узлов сетки, лежащих на границе многоугольника.



5.3 Задание №15

Первостепенная проблема, возникающая при решении этого задания (а оно пришло в геометрию из несуществующего нынче раздела «реальная математика»), состоит в обнаружении геометрической модели, которая задействована в задаче. Таких моделей несколько; могут быть

- треугольник, в котором используется свойство средней линии;
- трапеция, в которой также используется средняя линия и её свойства;
- прямоугольный треугольник с дальнейшим применением теоремы Пифагора;
- пара подобных треугольников с дальнейшим выписыванием пропорциональности сторон и решения получившейся пропорции.
- центральный угол.

Авторы пособия не нашли в открытом банке заданий других моделей. Это не значит, конечно, что таковых не появится в ближайшие год – два: банк заданий регулярно пополняется. Но на момент выхода этого издания других моделей нет, и это позволяет сосредоточить усилия именно на вышеуказанных типах задания.

Итак, первый и основной блок заданий заключается просто в нахождении нужной геометрической фигуры и определения её свойства, которое нужно для решения.

Во втором блоке будет требоваться запись нужной формулы с подстановкой в неё конкретных данных задачи. Это может быть пропорциональность сторон подобных треугольников, формула длины средней линии или теорема Пифагора.

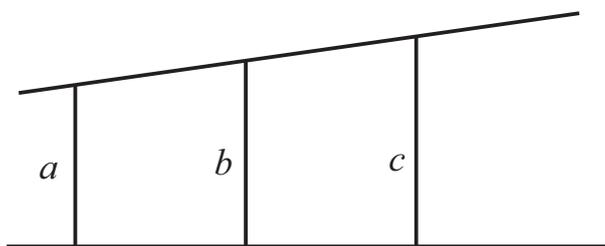
Третий блок заданий мы не будем выписывать в этом разделе, поскольку он относится к алгебре: как вычислить значение дроби, или найти корень простейшего уравнения. Примеры таких заданий уже имеются в соответствующих разделах темы «алгебра» — их можно просто взять оттуда. Получится повторение материала, что тоже неплохо.

Ну и последний блок – выписка ответа. Это важно, так как в таких задачах все величины имеют размерности, а ответ подразумевает просто число (без указания единиц измерения). Поэтому, насколько бы тривиальным ни казались задания этого блока, их надо давать, на них надо «натаскивать». Впрочем, как и в случае с заданиями третьего блока, примеры для такого натаскивания можно взять из раздела «алгебра».

5.3.1 Раздаточный материал

В следующих примерах обведите в кружок номер модели из прилагаемого списка, которая понадобится для решения задачи.

1.

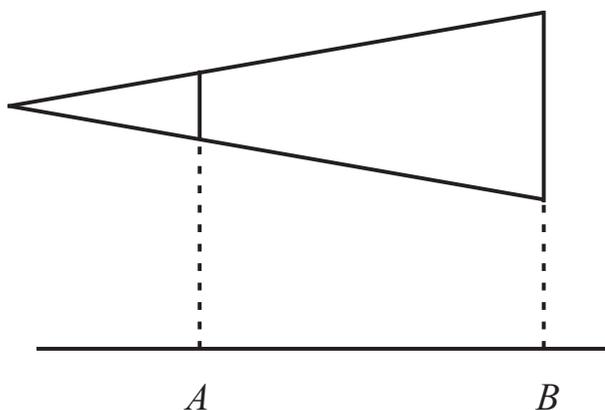


- 1) Треугольник, в котором используется свойство средней линии.
- 2) Трапеция, в которой также используется средняя линия и её свойства.
- 3) Прямоугольный треугольник с дальнейшим применением теоремы Пифагора.

4) Пара подобных треугольников с дальнейшим выписыванием пропорциональности сторон и решения получившейся пропорции.

5) Центральный угол.

2.

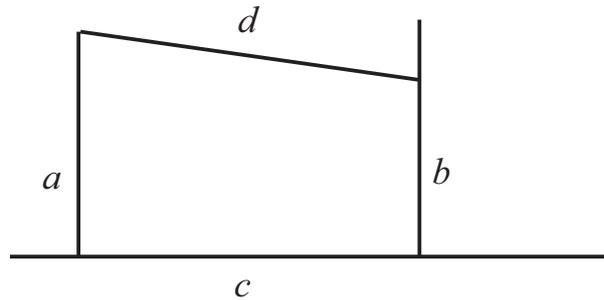


- 1) Треугольник, в котором используется свойство средней линии.
- 2) Трапеция, в которой также используется средняя линия и её свойства.
- 3) Прямоугольный треугольник с дальнейшим применением теоремы Пифагора.

4) Пара подобных треугольников с дальнейшим выписыванием пропорциональности сторон и решения получившейся пропорции.

5) Центральный угол.

3.



1) Треугольник, в котором используется свойство средней линии.

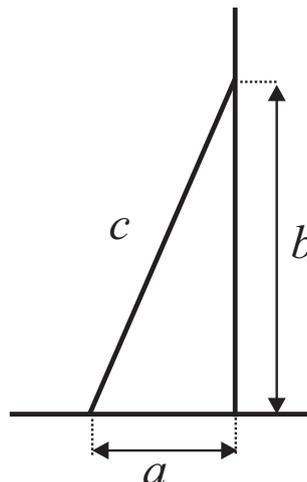
2) Трапеция, в которой также используется средняя линия и её свойства.

3) Прямоугольный треугольник с дальнейшим применением теоремы Пифагора.

4) Пара подобных треугольников с дальнейшим выписыванием пропорциональности сторон и решения получившейся пропорции.

5) Центральный угол.

4.



1) Треугольник, в котором используется свойство средней линии.

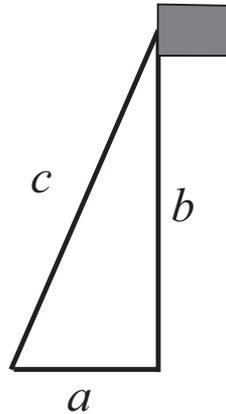
2) Трапеция, в которой также используется средняя линия и её свойства.

3) Прямоугольный треугольник с дальнейшим применением теоремы Пифагора.

4) Пара подобных треугольников с дальнейшим выписыванием пропорциональности сторон и решения получившейся пропорции.

5) Центральный угол.

5.



1) Треугольник, в котором используется свойство средней линии.

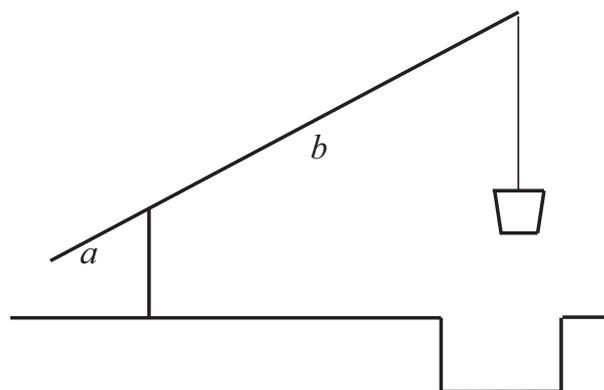
2) Трапеция, в которой также используется средняя линия и её свойства.

3) Прямоугольный треугольник с дальнейшим применением теоремы Пифагора.

4) Пара подобных треугольников с дальнейшим выписыванием пропорциональности сторон и решения получившейся пропорции.

5) Центральный угол.

6.



1) Треугольник, в котором используется свойство средней линии.

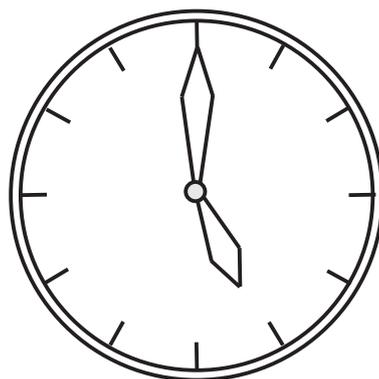
2) Трапеция, в которой также используется средняя линия и её свойства.

3) Прямоугольный треугольник с дальнейшим применением теоремы Пифагора.

4) Пара подобных треугольников с дальнейшим выписыванием пропорциональности сторон и решения получившейся пропорции.

5) Центральный угол.

7.



1) Треугольник, в котором используется свойство средней линии.

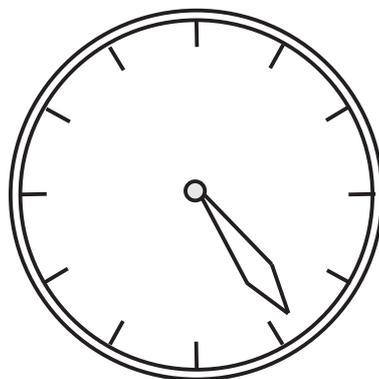
2) Трапеция, в которой также используется средняя линия и её свойства.

3) Прямоугольный треугольник с дальнейшим применением теоремы Пифагора.

4) Пара подобных треугольников с дальнейшим выписыванием пропорциональности сторон и решения получившейся пропорции.

5) Центральный угол.

8.

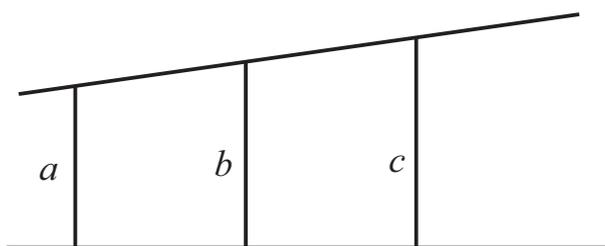


1) Треугольник, в котором используется свойство средней линии.

- 2) Трапеция, в которой также используется средняя линия и её свойства.
- 3) Прямоугольный треугольник с дальнейшим применением теоремы Пифагора.
- 4) Пара подобных треугольников с дальнейшим выписыванием пропорциональности сторон и решения получившейся пропорции.
- 5) Центральный угол.

В следующих примерах запишите формулу, по которой будет находиться неизвестная величина. В формулу подставьте данные из условия задачи. (При этом вычислять число, которое должно получиться в ответе, не обязательно.)

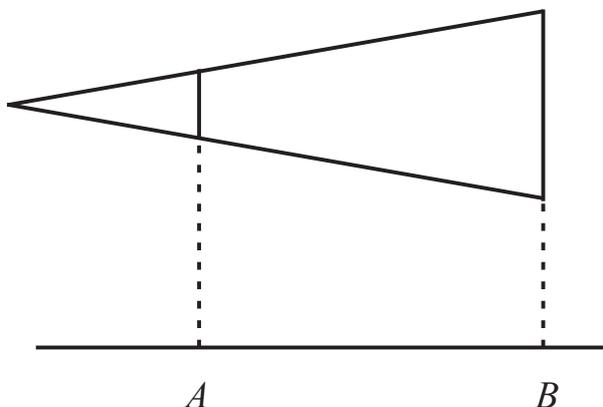
1. Наклонная крыша установлена на трех вертикальных опорах, основания которых расположены на одной прямой. Средняя опора стоит посередине между малой и большой опорами. Высота малой опоры равна a , высота средней опоры b , высота большой опоры равна c . Найти неизвестную высоту опоры.



- | | | |
|----------------------------|----------------------------|-----------------------------|
| 1.1) $a = 1, 7; b = 2, 1.$ | 1.5) $b = 1, 9; c = 2, 3.$ | 1.9) $a = 2, 5; c = 3, 7.$ |
| 1.2) $b = 2, 2; c = 2, 5.$ | 1.6) $a = 1, 9; c = 2, 3.$ | 1.10) $a = 2, 9; b = 3, 8.$ |
| 1.3) $a = 1, 4; c = 2, 4.$ | 1.7) $a = 2, 6; b = 3, 3.$ | 1.11) $b = 3, 1; c = 3, 7.$ |
| 1.4) $a = 2, 1; b = 2, 3.$ | 1.8) $b = 0, 9; c = 2, 3.$ | 1.12) $a = 3, 7; c = 4, 1.$ |

2. Проектор полностью освещает экран A высотой a см, расположенный на

расстоянии c см от проектора. На каком наименьшем (в сантиметрах) от проектора нужно расположить экран B высотой b см, чтобы он был полностью освещен, если настройки проектора остаются неизменными?



2.1) $a = 80; b = 240; c = 80$.

2.7) $a = 240; b = 80; c = 300$.

2.2) $a = 160; b = 80; c = 300$.

2.8) $a = 300; b = 100; c = 120$.

2.3) $a = 80; b = 330; c = 120$.

2.9) $a = 80; b = 240; c = 120$.

2.4) $a = 70; b = 150; c = 140$.

2.10) $a = 90; b = 270; c = 150$.

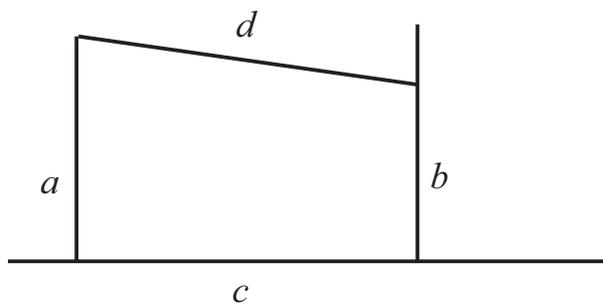
2.5) $a = 100; b = 320; c = 230$.

2.11) $a = 320; b = 80; c = 200$.

2.6) $a = 190; b = 380; c = 210$.

2.12) $a = 90; b = 180; c = 110$.

3. От столба высотой a м к дому натянут провод длиной d м, который крепится на стене дома на высоте b м от земли. Вычислить расстояние от дома до столба. Ответ дайте в метрах.



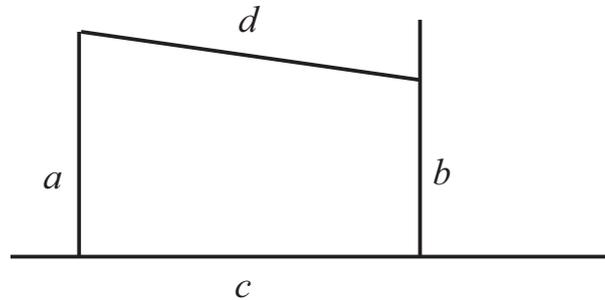
3.1) $a = 13; b = 4; d = 15$.

3.3) $a = 9; b = 4; d = 13$.

3.2) $a = 11; b = 2; d = 15$.

3.4) $a = 10; b = 5; d = 13$.

4. От столба к дому натянут провод длиной d м, который крепится на стене дома на высоте b м от земли. Вычислить высоту столба, если расстояние от дома до столба равно c м. Ответ дайте в метрах.



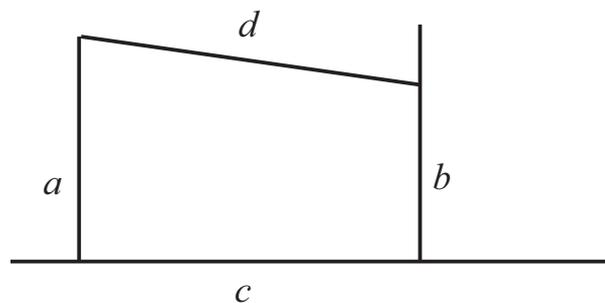
4.1) $b = 3; c = 8; d = 10$.

4.3) $b = 3; c = 9; d = 15$.

4.2) $b = 4; c = 12; d = 15$.

4.4) $b = 3; c = 12; d = 13$.

5. От столба высотой a м к дому натянут провод, который крепится на высоте b метров от земли. Расстояние от дома до столба равно c метров. Вычислите длину провода. Ответ дайте в метрах.



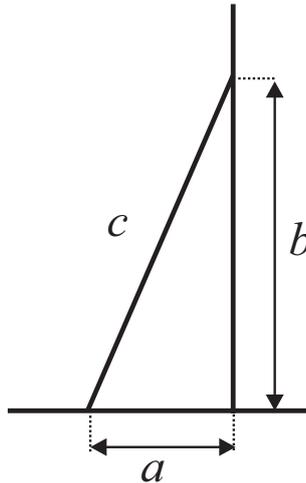
5.1) $a = 12; b = 3; c = 12$.

5.3) $a = 8; b = 2; c = 8$.

5.2) $a = 9; b = 4; c = 12$.

5.4) $a = 12; b = 7; c = 12$.

6. Пожарную лестницу приставили к окну на высоте b м от земли. Нижний конец лестницы отстоит от стены на a м. Какова длина лестницы? Ответ дайте в метрах.



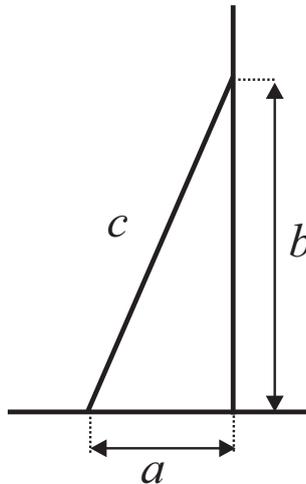
6.1) $a = 8; b = 15$.

6.3) $a = 5; b = 12$.

6.2) $a = 6; b = 8$.

6.4) $a = 9; b = 12$.

7. Пожарную лестницу длиной c м приставили к окну. Нижний конец отстоит от стены на a м. На какой высоте расположено окно? Ответ дайте в метрах.



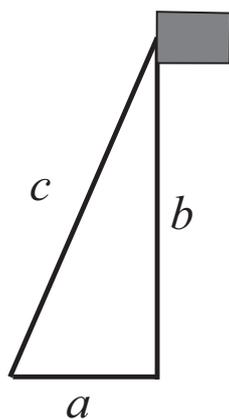
7.1) $a = 9; c = 15$.

7.3) $a = 5; c = 13$.

7.2) $a = 6; c = 10$.

7.4) $a = 8; c = 17$.

8. Точка крепления троса, удерживающего флагшток в вертикальном положении, находится на высоте b м от земли. Расстояние от основания флагштока до места крепления троса на земле равно a м. Найдите длину троса. Ответ дайте в метрах.



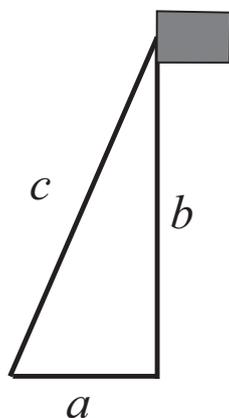
8.1) $a = 3; b = 4$.

8.3) $a = 16; b = 30$.

8.2) $a = 10; b = 24$.

8.4) $a = 5; b = 12$.

9. Точка крепления троса длиной c м, удерживающего флагшток в вертикальном положении, находится на высоте b м от земли. Найти расстояние от основания флагштока до места крепления троса на земле. Ответ дайте в метрах.



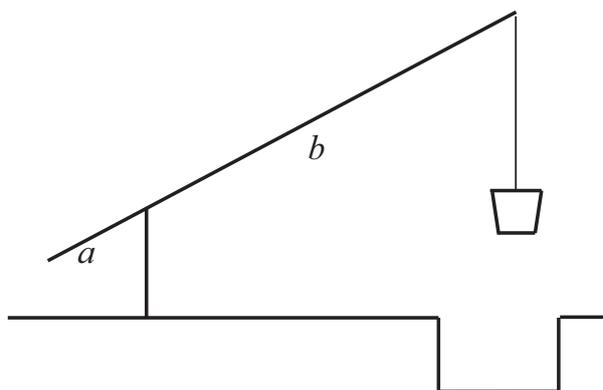
9.1) $b = 12; c = 13$.

9.3) $b = 8; c = 10$.

9.2) $b = 15; c = 17$.

9.4) $b = 24; c = 26$.

10. На рисунке изображен колодец «журавлем». Короткое плечо имеет длину m , а длинное b м. На сколько метров опустится конец длинного плеча, когда конец короткого поднимется на c метров?



10.1) $a = 1; b = 4; c = 0,5$.

10.4) $a = 3; b = 6; c = 1,5$.

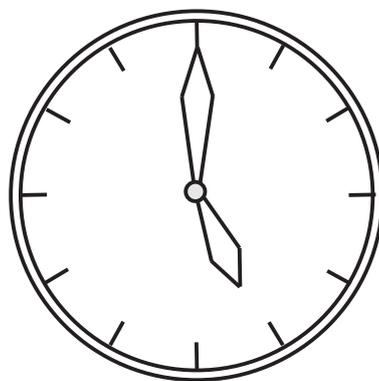
10.2) $a = 2; b = 5; c = 1$.

10.5) $a = 1; b = 3; c = 1$.

10.3) $a = 1; b = 3; c = 0,5$.

10.6) $a = 2; d = 6; c = 1$.

11. Найдите угол, который образуют минутная и часовая стрелки в a часов.
 Ответ дайте в градусах.



11.1) $a = 13 : 00$.

11.3) $a = 15 : 00$.

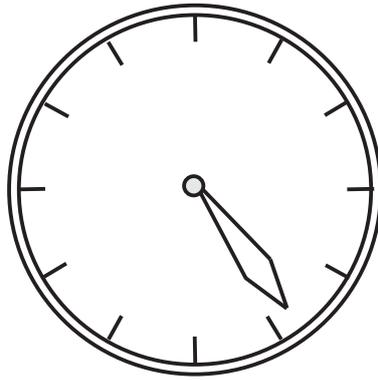
11.5) $a = 17 : 00$.

11.2) $a = 14 : 00$.

11.4) $a = 16 : 00$.

11.6) $a = 19 : 00$.

12. Найдите угол, который минутная стрелка описывает за a минут. Ответ дайте в градусах.



12.1) $a = 4$.

12.2) $a = 10$.

12.3) $a = 5$.

12.4) $a = 15$.

12.5) $a = 12$.

12.6) $a = 20$.

6 ВМЕСТО ЗАКЛЮЧЕНИЯ

Всегда, когда приходится работать с теми, кто *a-priori* не любит математику, сложно. Работать с теми, кого не любит математика, вдвойне сложнее. Если коллизия умножается хронической ленью, все усилия могут стать бессмысленными. Мы предлагаем использовать в наиболее проблемных ситуациях наиболее простые подходы. Примитивное решение может оказаться наиболее эффективным. Однако, используя предлагаемую методику, необходимо помнить, что для каждого ученика нужно определить во времени его стартовую точку. И эту стартовую точку может наиболее эффективно определить именно учитель, работающих с данным учеником. Необходимо помнить также, что нагружая, не следует перегружать. Подбирать те или иные задания следует исходить из соображений реальности. Максимальное время возможной концентрации внимания и усилий представителя проблемной группы скорее всего, не превышает 25 — 30 минут. Все, что требует большего времени, выполнено не будет.

Нельзя чрезмерно «давить». Под давлением все ухудшается. Почувствовать излишний прессинг со стороны учителя или родителей, школьник забросит и эти занятия, найдя 1001 причину, включая воспаление хитрости.

Если удастся объединить в «команду» двух — трех обучающихся — это большой плюс. Можно интересно организовать групповую работу, что значительно облегчит усилия учителя.

Не стоит игнорировать сетевое общение. Школьники с удовольствием проводят время в сети. Вероятно, отвечать на те или иные вопросы, или отсылать свои решения, они будут охотнее, используя возможности социальных сетей.

И, наконец, мы прекрасно понимаем, что

идеальных решений не бывает. И любая, пусть даже самая хорошая методика, может оказаться в некоторых случаях бессильной. Однако мы все-таки надеемся, что использование наших предложений поможет учителям в решении проблем итоговой аттестации даже самых слабых их учеников.